

achten, daß in jedem Drehpaar, bzw. in dessen Achse dauernd der Pol der Relativbewegung derjenigen beiden Ebenen (Kettenglieder) liegt, die durch das Drehpaar verbunden sind, und daß bei einem Schiebepaar der Pol dauernd im Unendlichen sich befindet, und zwar in der Senkrechten zur Schubrichtung des Paares.

Siebentes Kapitel.

Bewegungs- und Geschwindigkeitszustand der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketten.

35. Kennzeichnung der Aufgaben.

Das Ziel der folgenden Darlegungen ist die Untersuchung des Bewegungs- und Geschwindigkeitszustandes der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketten, insbesondere die Mitteilung der zeichnerischen Methoden, die die nötigen Aufschlüsse über die gegenseitigen Bewegungen der Glieder, namentlich also über die Bahnen, Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitspläne bestimmter Gliederpunkte zu geben geeignet sind. Die Aufgaben, die die Maschinentechnik in dieser Hinsicht stellt, beziehen sich meist auf die Untersuchung der Mechanismen, Getriebe und Maschinen, und zwar besonders der Bewegungen einzelner Glieder des Mechanismus gegen ein bestimmtes, ruhend gedachtes Glied, das in den weitaus häufigsten Fällen das Maschinengestell bildet. Mit letzterem unmittelbar verbunden ist meist das treibende Glied, dessen Bewegung gegen das ruhende gegeben, bzw. bekannt sein muß, wenn die von letzterer abhängigen Bewegungen der anderen Glieder gegen das ruhende bestimmt werden sollen.

Die erwähnten Aufgaben sind zweierlei Art. Einerseits bedarf man der Kenntniss der Lagen der Glieder gegen das ruhende Glied, wenn die des treibenden (soweit dies die Zwangläufigkeit seiner Bewegung zuläßt) gegen das ruhende Glied willkürlich gewählt werden, und im Zusammenhange damit die der Bahnen bestimmter Gliederpunkte. Andererseits aber der Geschwindigkeitspläne gewisser Punkte der getriebenen Glieder. Man hat die erstere Aufgabe früher zeichnerisch gelöst durch die Aufsuchung von möglichst viel Lagen der bewegten Punkte, um aus ihnen den Verlauf der Bahn möglichst genau zu erhalten. Viel genauer ergibt sich aber eine Bahnkurve trotz einer geringeren Anzahl von Lagen des bewegten Punktes, wenn man zugleich die Bahntangenten in den einzelnen Lagen anzugeben vermag. Das ist leicht möglich, wenn man den Pol der Bewegung des betreffenden Gliedes gegen das ruhende

kennt, denn die Verbindungslinie des Punktes, dessen Bahn man sucht, mit dem Pol ist die Bahnnormale. Der Pol aber läßt sich zeichnerisch meist recht einfach finden, und zwar lediglich durch das Ziehen von Geraden, sei es nun unmittelbar oder mittelbar. Denn das zeichnerische Verfahren der Aufsuchung des Poles beruht auf dem einfachen Satz, daß die drei Pole der Relativbewegungen dreier Ebenen in einer Geraden liegen. Man erhält folglich die Pole nacheinander als Schnittpunkte von sogenannten Polgeraden wie schon S. 60 erörtert wurde und weiterhin an zahlreichen Beispielen erläutert werden soll.

Noch zweckmäßiger, weil meist erheblich einfacher, ist die Ermittlung der senkrechten Geschwindigkeiten, durch die sowohl die Bahntangenten als auch die Pole, soweit nötig, mitgefunden werden können. Denn in den weitaus meisten Fällen sind die Geschwindigkeitspläne das Endziel der Untersuchung eines Mechanismus, und da die hierzu erforderlichen senkrechten Geschwindigkeiten in die Bahnnormalen fallen, die letzteren aber durch die Pole der betreffenden Gliederbewegungen gehen, so erhält man zugleich mit jenen Plänen die Bahnen der Gliederpunkte bestimmt durch einzelne Lagen jener Punkte und der zugehörigen Bahntangenten, bzw. -normalen. Es kommt also im Grunde die zeichnerische Untersuchung der Bewegungen in einem Mechanismus auf die Ermittlung einerseits der gegenseitigen Lagen der Glieder und andererseits der senkrechten Geschwindigkeiten bestimmter Gliederpunkte hinaus, und da letztere nichts weiter erfordert, als das Ziehen von parallelen Geraden, wie auf S. 47 dargetan, so wird diese Methode der Untersuchung von Mechanismen ebenso einfach wie allgemein anwendbar. Allerdings gibt es verwickeltere Fälle, in denen diese Methode nicht unmittelbar zum Ziele führt; aber anwendbar bleibt sie trotzdem, da es nur gewisser Hilfskonstruktionen, die auf demselben Grundgedanken beruhen, bedarf, um das Endziel zu erreichen.

Im folgenden soll nun diese Methode an vielen Beispielen auseinandergesetzt werden, und zwar zunächst an den dreigliedrigen Ketten; auf diese sollen die viergliedrigen folgen und schließlich die mit fünf und mehr Gliedern.

36. Die dreigliedrigen Ketten.

Sieht man von der schon kurz besprochenen Dreischiebepaarkette (s. S. 21) ab, so gibt es in den Anwendungen nur dreigliedrige Ketten mit einem unselbständigen höheren Elementenpaar und zwei Umschlußpaaren. Für diese Ketten ist demnach

$$n = 3, \quad h_u = h = 1, \quad g = 2$$

zu setzen, womit der Bedingungsgleichung (I*, S. 27) der Zwangläufigkeit genügt wird.

Sind die beiden Umschlußpaare Drehpaare, so ergibt sich die in Fig. 97 dargestellte Kette, in der sich die Glieder 2 und 3 gegen das Glied 1 um die Gelenke 12, bzw. 13 drehen, während sich 2 und 3 in dem höheren Elementenpaar $c_2 c_3$ (Hüllkurvenpaar)

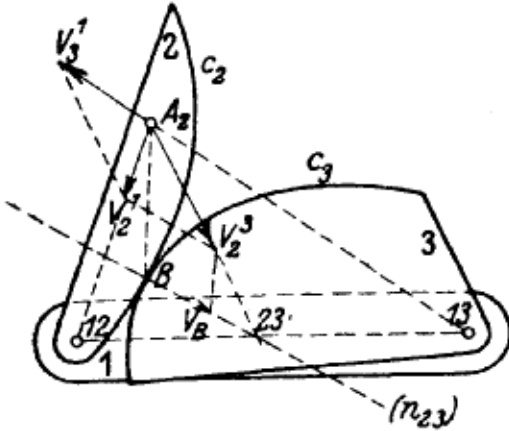


Fig. 97.

dauernd berühren. Es liegt demnach der Pol der Relativbewegung des Gliedes 2 gegen 1 dauernd in dem Gelenkpunkt 12 und ebenso der von 3 gegen 1 in 13. Die Polgerade der drei Glieder ist folglich die Verbindungslinie von 12 mit 13; auf ihr muß nach dem Satz auf S. 55 der Pol 23 der Relativbewegung von 2 gegen 3 liegen, und zwar in dem Punkt, in dem die augenblickliche Berührungsnormale n_{23} des Hüllkurvenpaares die Polgerade schneidet.

Ist V_2^1 die senkrechte Geschwindigkeit des dem Gliede 2 angehörigen Punktes A_2 gegen das ruhend gedachte Glied 1, so findet sich sofort die relative senkrechte Geschwindigkeit V_2^3 der Bewegung des Punktes A_2 gegen das Glied 3 durch Zerlegen von V_2^1 mittels des Parallelogramms der Geschwindigkeiten in Komponenten nach den Richtungen von $A_2 \div 23$ und $A_2 \div 13^1$); die erstere Komponente ist V_2^3 , die letztere ist die senkrechte Geschwindigkeit V_3^1 der Relativbewegung des Punktes A_3 auf dem Gliede 3, der augenblicklich mit A_2 zusammenfällt, gegen das ruhende Glied 1. Die Gleitungsgeschwindigkeit V_B des Hüllkurvenpaares ist die senkrechte Geschwindigkeit des Berührungspunktes B der Hüllkurven; sie ergibt sich, indem man $V_B V_3^2 \parallel BA_2$ zieht, wie früher nachgewiesen.

Eine ausgedehnte Verwendung findet diese Kette bei den Zahnradpaaren, denn den Verzahnungen der Stirnräder und der Bewegungsübertragung durch diese liegt der Bewegungsvorgang zugrunde, der sich in der Kette Fig. 97 abspielt. Dem Steg, in dem die beiden Zahnräder drehbar gelagert sind, entspricht das Glied 1 der Kette, während die beiden Zahnräder den Gliedern 2 und 3 entsprechen. Das Hüllkurvenpaar $c_2 c_3$ in jener Kette stellt die Flanken der beiden Zähne dar, die sich augenblicklich in Eingriff befinden. Daß gleichzeitig noch weitere Zähne in Eingriff sind, ist nebensächlich und ändert an der zugrunde liegenden Auffassung nichts. Es werden die Zahnflanken aller Zähne nur in solcher Weise voneinander abhängig gemacht, daß der gleichzeitige

¹⁾ Vergleiche hierzu S. 56.

Eingriff mehrerer Zähne möglich wird. Die Relativbewegung beider Räder besteht in dem Rollen zweier Kreise, der Teilkreise, aufeinander; in deren Berührungspunkt liegt der Pol 23 der Relativbewegung von 2 und 3. Da sonach diese Relativbewegung vorgeschrieben ist, müssen die Kurven c_2 und c_3 derart gewählt werden, daß diese Bewegung zustande kommt. Das ist der Fall, wenn die Berührungsnormale n_{23} des Hüllkurvenpaares in allen Lagen des letzteren stets durch denselben Punkt P_{23} (s. Fig. 98) der Polgeraden geht. Dieser Forderung läßt sich auf zwei verschiedenen Wegen der Ermittlung solcher Hüllkurvenpaare genügen. Entweder wählt man eine der beiden Hüllkurven, z. B. c_2 , willkürlich und sucht c_3 als Einhüllende der Lagen von c_2 auf, welche letztere Kurve bei der Relativbewegung vom Gliede 3 gegen 2 einnimmt, was rein zeichnerisch möglich ist. Oder aber man läßt auf beiden Teilkreisen (π_2 und π_3 in Fig. 98) eine beliebige Hilfskurve h rollen; denn dann beschreibt jeder Punkt B der mit h starr verbundenen Ebene in der Ebene des Gliedes 2 eine Kurve b_2 und in 3 eine Kurve b_3 , die b_2 berührt, wie leicht ersichtlich, da der beschreibende Punkt B dieselbe Lage und Verbindungslinie mit dem Pol besitzt, wenn h die Teilkreise in deren Berührungspunkte berührt. Bei der Zykloidenverzahnung ist h ein Kreis, bei der Evolventenverzahnung eine Gerade. Näher soll hierauf nicht eingegangen werden, da die Theorie der Verzahnung in der einschlägigen Literatur sehr viel und ausführlich behandelt worden ist.

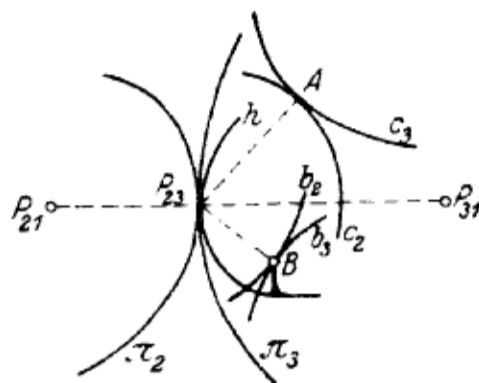


Fig. 98.

Eine fernerweite Verwendung findet diese Kette in den Kapselräderwerken, die der in den Zahnradpaaren auf das engste verwandt ist. Zwei Räder, die in einem geschlossenen Gehäuse um parallele Achsen drehbar gelagert sind, berühren sich in großen zahnartigen Ansätzen und bewegen sich möglichst dicht in dem Gehäuse (der Kapsel), das in eine Flüssigkeit eintaucht. Durch die Drehung der Räder wird die Flüssigkeit in Bewegung gesetzt und kann nicht zurückfließen, da die in Eingriff befindlichen Zähne den Raum zwischen den Achsen abschließen. Auch auf diese Anwendung der Kette soll hier nicht näher eingegangen werden, da die Kapselräderwerke in den Büchern von Reuleaux¹⁾ und Burmester²⁾ sehr ausführlich behandelt sind.

¹⁾ Theoretische Kinematik. S. 393.

²⁾ Lehrbuch der Kinematik. S. 229.

Grübler, Getriebelehre.

