

4^I und 4^{II} hin und her, die sich zeichnerisch leicht ermitteln lassen; sie mögen Grenzlagen genannt werden.

Für diese beiden Lagen ist kennzeichnend, daß die drei Gelenkpunkte 12, 23 und 34 in eine Gerade fallen, also einerseits 23^I und 34^I , und andererseits 23^{II} und 34^{II} mit 12 in einer Geraden liegen. Aus diesen besonderen Lagen der Gelenkpunkte folgt, daß der Pol 13 dann mit 23^I , bzw. 34^{II} zusammenfällt, während der Pol 24 mit 12 in Deckung sich befindet.

Aus letzterem Umstand läßt sich weiter ableiten, daß die Winkelgeschwindigkeit ω_4^1 des Gliedes 4 gegen das ruhende Glied 1 zu Null wird, wenn dieses Glied sich in einer Grenzlage befindet. Das ersieht man auch ohne weiteres aus dem Nullwerden der Bahngeschwindigkeit des Gelenkpunktes 34 in den beiden Umkehrpunkten 34^I und 34^{II} seiner Bewegung, da ja der andere Gelenkpunkt 14 ruht. Es lassen sich sonach die beiden Grenzlagen des Gliedes 4 auch auffassen als Lagen, für die die Winkelgeschwindigkeit gegen das Glied 1 zu Null wird.

Die erwähnten Grenzlagen erhalten eine besondere Bedeutung für die aus der angeführten Schwingkurbelkette hervorgehenden Getriebe, und zwar dann, wenn 1 das ruhende und 4 das treibende Glied ist. In diesem Falle kann die Winkelgeschwindigkeit der Kurbel 2 in jeder der beiden Lagen *I* und *II* alle möglichen Werte haben, also auch den Wert Null und dann kann diese Kurbel sich aus einer solchen Lage entweder in dem einen oder anderen Sinne weiter drehen, d. h. der Drehsinn der Kurbel 2 wird dann unbestimmt. In Wirklichkeit verhindern die bewegten Massen im allgemeinen diese Unbestimmtheit infolge ihrer Trägheit; doch könnte durch die Mitwirkung von Kräften in besonderen Fällen doch eine solche eintreten.

Eine weitere Eigentümlichkeit des behandelten Getriebes zeigt sich, falls auf das treibende Glied 4 Arbeit verrichtende Kräfte wirken. Während in einer beliebigen gegenseitigen Lage der Glieder diese Kräfte eine Änderung des Geschwindigkeitszustandes in dem Getriebe herbeiführen, bzw. das Getriebe in Bewegung versetzen, falls es in Ruhe war, ist das in jeder der beiden Grenzlagen nicht der Fall, weil die Arbeit der Kräfte bei einer unendlich kleinen Bewegung des Gliedes 4 aus einer Grenzlage Null sein muß. Man nennt deshalb die Grenzlagen in Getrieben auch Todlagen.

Nicht in allen Gelenkvierecken treten Grenzlagen auf, wie z. B. in den Doppelkurbelgetrieben und deren Sonderfällen, dem Parallel- und dem Antiparallelkurbelgetriebe (s. Fig. 108 u. 109). Dafür kann aber eine Sonderlage der Glieder in gewissen Gelenkvierecken nicht

allgemeiner Art eintreten, wenn die Abmessungen der Glieder gewisse Bedingungen erfüllen. Das ist z. B. der Fall bei dem durchschlagenden Gelenkviereck, das schon in Nr. 34 (S. 71, Fig. 106) behandelt wurde. In diesem treten keine Grenzlagen auf, wohl aber hat es Sonderlagen, wenn die vier Gelenkpunkte in eine Gerade fallen, was nur möglich ist, wenn die Summe der Gliedlängen zweier zusammenstoßender Glieder gleich der Summe der beiden andern Gliedlängen ist. Befindet sich die Kette in einer solchen Lage (s. Fig. 124), so erkennt man leicht, daß die unmittel-

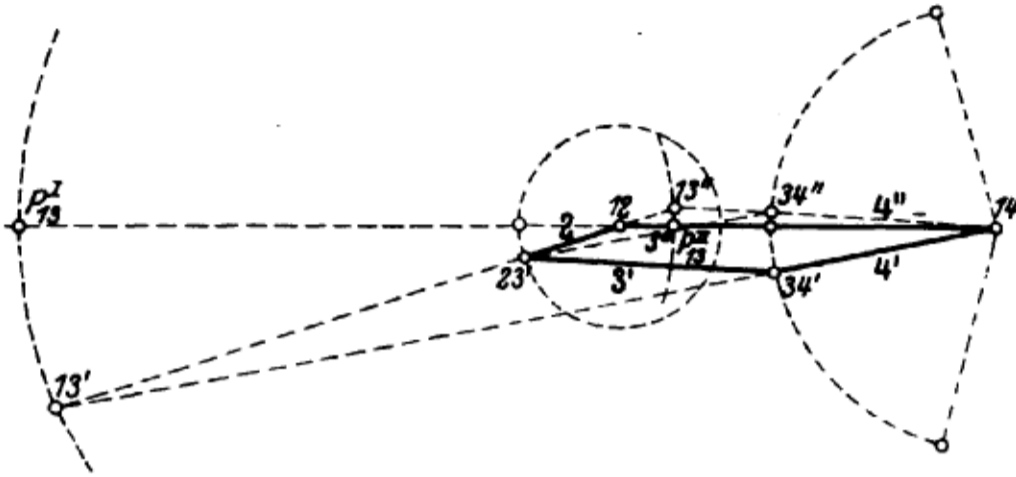


Fig. 124.

bare Bestimmung der Pole 13 und 24 als Schnittpunkte von Polgeraden hier versagt. Aber es ergibt sich weiter, daß einer dieser Lage I benachbarten Lage der Kurbel 2, die durch die Lage 23' des Gelenkpunktes 23 bestimmt ist, sich zwei verschiedene Lagen 34' und 34'' des Punktes 34 zuordnen, und somit zwei verschiedene Lagen des Gelenkviereckes. In dem einen Falle ist das Gelenkviereck ein offenes mit den Polen 13' und 24', und im zweiten Falle ein gekreuztes mit den Polen 13'' und 24''. Aus der Verschiedenheit der Lage der Pole 13' und 13'' erkennt man, daß die ruhende Polkurve, wenn man sie in der früher (S. 42) erwähnten Weise aufzeichnet, die Polgerade 12 — 14 in zwei verschiedenen Punkten (13)' und (13)'' schneiden muß und folglich die bewegliche Polkurve des Gliedes 3 die erstere in der Lage I des Gelenkviereckes in zwei Punkten berührt. Je nachdem nun der Berührungspunkt beider Kurven (der Pol 13) seine Bewegung auf demselben Zweige der ruhenden Polkurve fortsetzt, oder nicht, ist die Bewegung der Koppel 3 stetig oder unstetig, d. h. bleibt der Pol in (13)' oder springt nach (13)'' über. Entsprechend den beiden Zweigen der ruhenden Polkurve kann sich sonach auch die Bewegung der Glieder des Gelenkviereckes verzweigen, weshalb man eine solche Lage eine Verzweigungslage nennt.

Kennzeichnend für eine solche Lage ist demnach, daß die Polgeraden, deren Schnittpunkt im allgemeinen Falle den Pol ein-

deutig bestimmt, in eine Gerade fallen, also kurz gesagt, das Zusammenfallen von Polgeraden.

Eine noch weitergehende Besonderheit tritt bei dem durchschlagenden Gelenkviereck ein, wenn es gleichschenkelig ist, d. h. wenn zwei der in einem Gelenkpunkt zusammenstoßenden Glieder gleiche Länge haben, wie z. B. 1 und 2 in Fig. 124a. Fällt nämlich 2 mit 1 zusammen, so muß dies auch mit 3 und 4 der Fall sein, und weil dann die beiden Gelenkpunkte 14 und 23^I dieselbe Drehachse haben, so können sich die Glieder 3 und 4 aus jener Lage so bewegen, als ob sie ein einziges starres Glied wären. Das Gelenkviereck geht sonach in ein zwangläufiges Elementenpaar über, indem die Zahl der sich gegeneinander bewegenden Glieder von 4 auf 2 sinkt, also die Gliederzahl der Kette in solcher Lage wechselt. Einer derartigen Lage wird deshalb eine Wechsellage genannt.

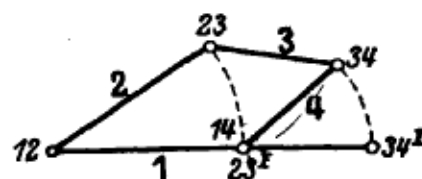


Fig. 124a.

Die genannten drei Sonderlagen, nämlich die Grenz-, Verzweigungs- und Wechsellagen sollen im folgenden etwas allgemeiner behandelt werden.

41. Die Grenzlagen.

Bezüglich der Bahnkurven der Punkte eines Kettengliedes sind nur zwei Fälle möglich. Entweder beschreibt der Punkt eine in sich zurücklaufende, d. i. geschlossene Bahnkurve, oder aber bewegt er sich auf einem Teil einer Kurve hin und zurück. Im letzteren Falle hat die Bewegung des Punktes das Kennzeichen einer schwingenden Bewegung und dementsprechend Umkehrpunkte, in denen der Punkt momentan zur Ruhe kommt. Befinden sich zwei Punkte eines Gliedes gleichzeitig in Umkehrpunkten ihrer Bahnen, so ist das Glied in einer Grenzlage, denn durch die Bewegung zweier Punkte ist die komplane Bewegung einer starren Ebene und demnach des Kettengliedes völlig bestimmt. Da zwei Punkte des Gliedes die Bahngeschwindigkeit Null haben sollen, so folgt daraus, daß die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes in einer Grenzlage Null sein muß. Es lassen sich daher Grenzlagen eines Gliedes gegen ein anderes Glied der Kette als solche definieren, in denen die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes gegen jenes andere Glied momentan gleich Null ist. Das tritt nun im allgemeinen nur ein, wenn zwei Pole der Relativbewegungen dreier Glieder zusammenfallen, wie die folgende Betrachtung lehrt.

Es seien P_{hi} , P_{hk} , P_{ik} die Pole, ω_i^h , ω_k^h , ω_k^i die Winkelgeschwindigkeiten der Relativbewegungen dreier komplaner Ebenen, so besteht zufolge Nr. 33 (S. 56) die Beziehung (s. Fig. 125)

