TRAITÉ

DE

CINÉMATIQUE.

PRINCIPES FONDAMENTAUX.

1. *La Cinématique a pour objet l'étude, au point de vue géométrique, du mouvement, et par suite celle des systèmes à l'aide desquels on peut produire, transmettre et modifier à volonté un mouvement déterminé.*

D'après la définition même, on voit que la Cinématique repose surtout sur la géométrie, que nous n'avons pas à traiter ici, mais à en appliquer les théories en les combinant avec des principes de Mécanique, science dont la Cinématique forme une division. Aussi la définit-on encore la science du mouvement sans avoir égard à ses causes.

CHAPITRE PREMIER.

DU MOUVEMENT D'UN POINT.

2. On dit qu'un point est en repos lorsqu'il occupe constamment la même position dans l'espace, et qu'il est en mouvement lorsque cette position change. Nous jugeons qu'un point change de position quand nous voyons varier sa distance à des objets dont les positions relatives ne changent pas.

3. *Du temps.* — Le temps, notion première spéciale à la mé-

canique, découlant de celle du mouvement, ne peut pas plus être défini que l'espace; l'égalité dans le temps, d'où dérive la mesure du temps, peut se définir ainsi : Deux intervalles de temps sont égaux lorsque deux corps identiques, placés dans des conditions identiques au commencement de chaque intervalle, et soumis aux mêmes actions et influences de toute espèce, auront parcouru le même espace.

C'est ce qui a lieu pour le pendule (fig. 1), corps pesant soutenu par un fil, qui écarté de la verticale l'atteint pour la dépasser et y revenir ensuite, en exécutant ainsi successivement des oscillations identiques.

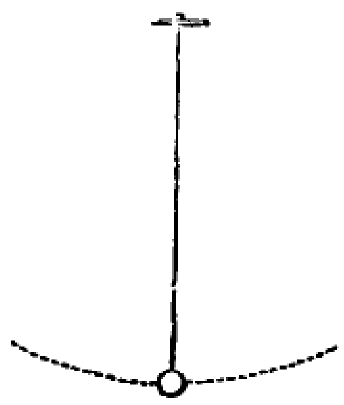

Fig. 1.

L'expérience fait bientôt reconnaître que les pendules de longueur différente n'exécutent pas simultanément leurs oscillations, une de ces longueurs doit donc être adoptée pour fixer l'unité. Le temps étant une grandeur peut être représenté par un nombre ou par une suite de divisions sur une ligne (fig. 2).

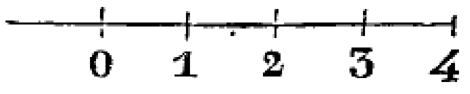

Fig. 2.

Mesure du temps. — Pour principale unité de temps on prend la révolution diurne apparente du soleil, le jour dont la durée est indiquée par deux passages au méridien du lieu, ou plutôt la valeur moyenne de ce jour qui éprouve quelques variations périodiques en raison de la position de la terre dans son orbite. Le jour est divisé en 24 heures, l'heure en 60 minutes, la minute en 60 secondes.

La longueur du pendule qui bat les secondes est à Paris de $0^{m},993855$.

4. *Trajectoire.* — Le mouvement d'un point est nécessairement continu, c'est-à-dire qu'un mobile ne peut occuper deux positions distinctes dans l'espace sans passer successivement par tous les points d'une certaine ligne joignant ces positions extrêmes. Cette ligne est dite la *trajectoire*, et les longueurs des parties de cette trajectoire sont les chemins, les espaces parcourus par le mobile.

5. *Représentation graphique du mouvement d'un point.* — Le mouvement d'un point est complétement déterminé, lorsqu'on sait 1° quelle est sa trajectoire; 2° quelle est à un instant donné sa position sur cette courbe. Puisque ces deux éléments propres à tout mouvement, la longueur du chemin parcouru par le corps et le temps écoulé, peuvent être représentés par des droites, il devient facile d'étudier les lois du mouvement à l'aide de la géométrie, les rapports de ces deux éléments.

Supposons, dit M. Poncelet (*Introduction à la Mécanique*), que nous construisions une table à double entrée, à deux colonnes, dans laquelle nous portions les espaces parcourus pour chaque temps écoulé; prenons une certaine longueur pour représenter l'unité du temps, et une autre longueur pour représenter l'unité de chemin parcourue.

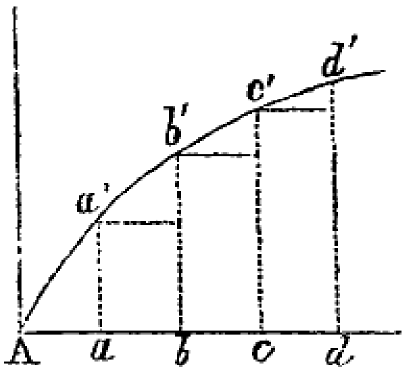

Fig. 3.

Cela posé, traçons une droite indéfinie Ad, et portons sur cette droite une distance Aa représentant un des temps indiqués sur la table; sur la perpendiculaire élevée en a portons une distance aa', représentant d'après la table le chemin parcouru au bout du temps Aa; faisons de même pour les autres temps et les autres chemins correspondants, on obtiendra une suite de points a', b', c', d' qui, réunis deux à deux par des droites, donneront le polygone a', b', c'. Ce polygone se confondra avec une courbe véritable, si l'on multiplie convenablement les points, ou si l'on prend, dans la table, des temps suffisamment rapprochés les uns des autres. Il est clair aussi qu'au moyen de la courbe on pourra obtenir le chemin parcouru pour chaque temps donné, en d'autres termes, que cette courbe représentera la relation qui existe entre les temps et les chemins.

On sait que les lignes *Aa, Ab, Ac....* s'appellent les ***abscisses***, les lignes aa', bb'.... les *ordonnées* de la courbe. On sait encore que cette courbe peut servir à retrouver les relations algébriques entre les coordonnées, ici entre les temps et les chemins, ou inversement que ces relations peuvent servir à trouver la courbe, par les méthodes dont le développement constitue la géométrie analytique. Nous allons employer le premier système, qui correspond le mieux à la nature géométrique de cet ouvrage.

Il est bien évident que les courbes précédentes donnant la *loi* qui lie les *espaces* aux *temps* ne doivent pas être confondues avec les lignes ou trajectoires parcourues par les mobiles, sur lesquelles se mesurent les espaces parcourus.

6. *Mouvement uniforme, Vitesse.* — On nomme *mouvement uniforme* celui dans lequel le corps parcourt des espaces égaux dans des temps égaux, dans lequel les espaces parcourus croissent comme les temps. Ainsi les ordonnées aa_1, bb_1, cc_1, y sont proportionnelles aux abcisses oa, ob, et partant telles que la ligne $a_1, b_1, c_1 \ldots$, qui donne la loi du mouvement, est une ligne droite.

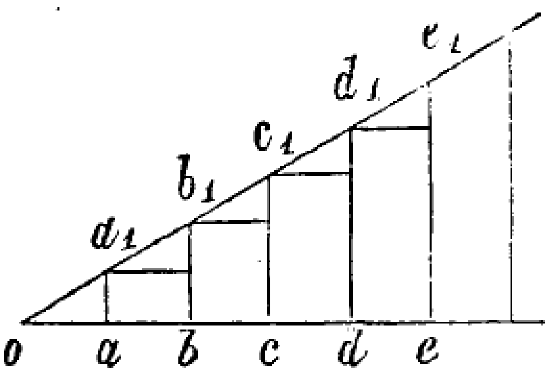

Fig. 4.

De la définition même et ainsi que cela se voit sur la figure, si on appelle e, e' deux espaces parcourus pendant les temps t, t', on aura :

$$e : e' :: t : t'$$

Le rapport constant $\frac{e}{t}$, ou la valeur de e pour $t = 1^s$ (l'unité de temps), la réduction de l'espace parcouru à l'unité de temps se nomme la *vitesse* et représente l'inclinaison sur la ligne des abscisses (la tangente trigonométrique) de la ligne qui représente la loi du mouvement uniforme.

En appelant v cette vitesse, on a $e = vt$.

7. *Mouvement varié, Vitesse.* — Dans ce genre de mouvements, les espaces n'étant plus proportionnels aux temps, la ligne a' b' . c' n'est plus une droite; les petits espaces décrits dans les temps élémentaires

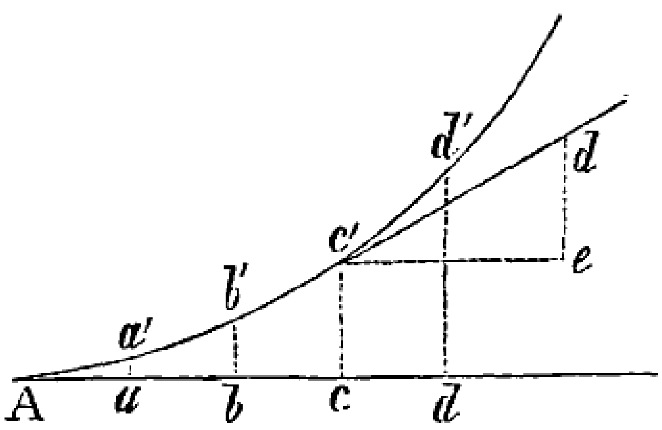

Fig. 5.

égaux sont inégaux; par conséquent le rapport de l'espace parcouru au temps employé, la *vitesse* est variable en chaque instant. Pour bien définir la vitesse dans le mouvement varié, il faut supposer qu'en un point c' pour une position du mobile en un instant, le mouvement se continue uniformément avec la vitesse qui existe en cet instant. Le reste du mouvement, au lieu d'être représenté par une courbe, le sera par la droite indéfinie $c'\,d$, prolongement de l'élément de la courbe en c, c'est-à-dire la tangente à la courbe en ce point. La vitesse sera obtenue par le rapport de l'ordonnée de à l'abscisse $c'\,e$, qui représente le temps égal à l'unité, par la valeur de la tangente trigonométrique qui mesure l'inclinaison de la tangente à la courbe sur la ligne des abscisses.

Le mouvement dont la loi est représentée par la figure précédente est *accéléré*, parce que les différences des ordonnées successives, les espaces parcourus en des temps égaux, vont sans cesse en croissant. Si ces différences diminuaient, au lieu d'être *accéléré* le mouvement serait *retardé*, la loi qui lie les temps aux espaces serait représentée par une courbe comme celle de la figure 3, tournant sa *concavité* vers l'axe Ab des temps. Si le mouvement d'abord retardé s'accélérait ensuite, la loi du mouvement serait représentée par une courbe, dont la première partie tournerait sa concavité du côté de l'axe A b, et la seconde sa convexité, c'est-à-dire que cette courbe aurait un point d'inflexion au point qui correspond au changement du mouvement.

Enfin on voit que le mouvement périodique constant sera représenté par une courbe dont les *ondulations* s'enroulent régulièrement autour d'une droite $a'\,b'\,c'$ qui en représente le mouvement moyen uniforme. Nous parlons des mouvements qui, dans un espace déterminé, éprouvent des accélérations et des retards périodiques (ce qui se rencontre souvent dans les machines), et alors pour l'étude, ce mouvement varié peut sou-

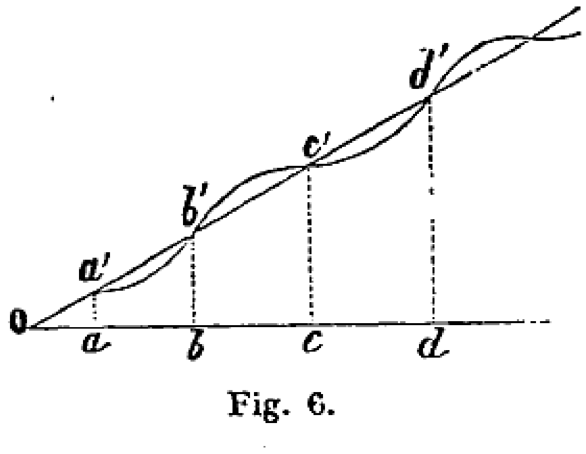

Fig. 6.

vent être remplacé par un *mouvement moyen* supposé uniforme et dont la vitesse est la vitesse *moyenne* du mouvement périodique.

8. *Du mouvement uniformément varié.*— Parmi les mouvements variés, il en est un particulièrement remarquable et dont l'étude est d'une grande importance, c'est le mouvement uniformément varié, dont la vitesse croît ou décroît de quantités constantes en des temps égaux.

Nous pouvons déterminer l'expression algébrique qui lie la vitesse et le temps, par une construction semblable à celle qui a permis de déterminer la relation qui existe entre l'espace et le temps dans le cas du mouvement uniforme.

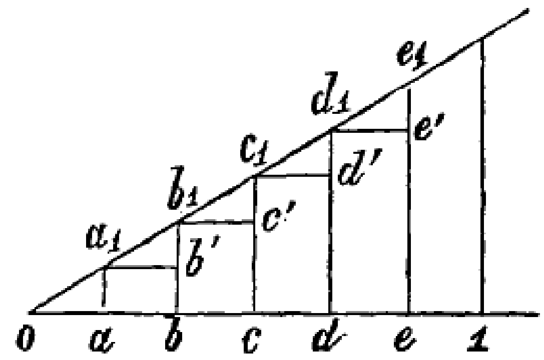

Fig. 7.

Traçons une ligne $Oa_1 b_1 \ldots$, dont les abscisses Oa, Ob représentent les temps écoulés depuis l'origine du mouvement, et dont les ordonnées représentent les vitesses acquises à la fin de ces temps respectifs. Puisque les vitesses aa_1, bb_1 sont proportionnelles aux temps respectivement écoulés Oa, Ob, il est clair que la ligne Oa', b', c', est une droite partant de l'origine O des abscisses, le mobile étant supposé partir du repos. Si l'on a divisé l'axe des abscisses en un grand nombre de parties égales, qu'on ait élevé les ordonnées correspondantes, et qu'enfin on ait mené par l'extrémité de ces ordonnées des parallèles à l'axe des abscisses, on formera une suite de petits triangles Oaa_1, $a_1 b' b_1$ égaux et rectangles. Les côtés aa_1, $b' b_1$, $c' c_1 \ldots$ de ces triangles marqueront les accroissements successifs de la vitesse, accroissements qui seront égaux comme les petits instants qui leur correspondent Oa, ab, bc, conformément à la définition du mouvement uniformément accéléré.

Les intervalles de temps successifs Oa, ab, bc étant donc supposés extrêmement petits, on peut regarder le corps pendant l'un de ces petits intervalles quelconques comme se mouvant avec une vitesse égale à la moyenne arithmétique des deux vitesses (ce qui sera vrai exactement si l'intervalle devient infi-