

28. On doit remarquer que la coexistence des mouvements de translation et de rotation, que l'on n'a séparés que pour en faire l'analyse dans ce qui précède, est le mouvement propre à produire des *courbes hélicoïdales*. Et si l'on considère l'axe instantané de rotation et de glissement du solide relatif à chaque élément du temps, on voit que les positions que cet axe occupe successivement dans l'espace forment une surface réglée, et que les positions qu'il occupe successivement à l'intérieur du solide forment une autre surface réglée. Le mouvement du solide peut être regardé comme dû au roulement de la seconde de ces deux surfaces sur la première, accompagné d'un glissement le long de la génératrice suivant laquelle les deux surfaces se touchent.

Tous les importants théorèmes qui précèdent, et dont la science est surtout redevable à MM. Chasles et Poinso, nous serviront fréquemment dans l'étude des systèmes, dont des conditions particulières déterminant le mouvement permettent de trouver facilement les centres, ou axes de rotation, et par suite les vitesses des divers points.

## CHAPITRE IV.

### DES FORCES (1).

29. Lorsqu'un corps est en repos, il y demeure jusqu'à ce qu'une action extérieure vienne le mettre en mouvement : il ne

(1) Nous ne voulons parler ici des forces que pour établir les principes qui nous sont indispensables pour faire dans ce travail plus que la géométrie des mouvements mécaniques et pouvoir donner la théorie des mécanismes. Pour cela nous n'avons besoin que de notions élémentaires, de poser surtout quelques principes généraux nécessaires pour l'étude des frottements et des résistances passives. Nous renvoyons aux traités de mécanique pour l'étude complète de ces questions, et on pourra, lorsque l'on commencera l'étude de la mécanique par celle de la cinématique, laisser ces considérations de côté pour y revenir plus tard, ou au moins admettre des démonstrations sommaires qu'une étude approfondie fera mieux comprendre plus tard.

peut se mouvoir de lui-même ; de même lorsqu'il est en mouvement, il ne peut de lui-même modifier ou anéantir ce mouvement.

On appelle force *la cause qui tend à produire ou à modifier le mouvement.*

Sans connaître la nature de la force, nous concevons très-clairement qu'elle agit au point où elle est appliquée, suivant une certaine direction, et avec une certaine intensité.

30. La distinction entre la matière et la force, le *principe de l'inertie de la matière* est fondamental. C'est un résultat d'expérience dont la certitude, démontrée par l'analyse des causes qui font naître le mouvement toutes les fois que celui-ci apparaît, est confirmée par toutes les conséquences auxquelles conduit la science qui le prend pour point de départ. Nombre de phénomènes servent à le démontrer ; ainsi on sait qu'un corps se mouvant par l'effet d'une impulsion première sur un plan horizontal se meut d'autant plus longtemps que le plan est plus poli, que les résistances sont moindres. D'où l'on conclut avec toute certitude que, en l'absence des résistances et actions extérieures, le mouvement qui se continuerait indéfiniment, sans aucun changement, par suite en ligne droite et avec une vitesse constante, serait uniforme.

31. *Mesure des forces.* — Nous avons dit qu'une force était une cause de mouvement. Quand le mouvement du corps est empêché par un obstacle insurmontable, la force se manifeste par une pression ou une traction sur l'obstacle. Les efforts dont sont capables des agents quelconques dans une direction et en un point déterminé sont par suite toujours comparables et peuvent se mesurer par des poids, soit directement, soit à l'aide d'instruments à ressorts, tels que le *dynamomètre* de Regnier, certains pesons du commerce, etc., qui ont été tarés ou vérifiés à l'avance, en y suspendant des poids *étalons*. On conçoit, en effet, que le même degré de flexion de ces ressorts, en supposant leur élasticité parfaite et indépendante du temps ou de la fatigue (ce qui n'est pas et exige de fréquentes vérifications), indique constamment le même effort absolu, la même pression, pourvu que cet

effort, cette pression s'exerce au même point et dans la même direction. Ainsi, les forces sont toujours exprimables en unités de poids, en *kilogrammes* par exemple, dont le nombre représente la grandeur de la force, et qui, comme tout nombre, pourra être représenté par des longueurs de ligne droite. — Cette manière d'évaluer les forces fait bien comprendre la loi, établie comme loi fondamentale par Newton, et confirmée par tous les résultats de la science, que *l'action est égale et contraire à la réaction*, c'est-à-dire que toujours, comme on le voit dans un ressort, le corps qui presse avec une certaine force est pressé par une force égale de direction contraire.

32. *Détermination des forces d'après les mouvements qu'elles impriment à un point libre.* — Au lieu de déterminer les forces d'après l'intensité de la pression qu'elles exercent sur un corps en repos, ou indépendamment de la notion de mouvement, on peut déduire leur mesure de celle des mouvements qu'elles impriment à un corps libre.

*Principe expérimental.* — *Une force agit sur un corps en mouvement comme elle agirait sur un corps en repos ; c'est-à-dire que, d'après ce principe fondamental, dit de l'indépendance des forces, les forces (et les mouvements qu'elles produisent) coexistent simultanément.* Ce principe, qui n'est autre que celui de la simultanéité des mouvements produits par ces forces, de leurs effets, est un de ceux qui servent de base à la mécanique et sont vérifiés par l'expérience de chaque jour. C'est ainsi que le mouvement propre de la terre ne nous est pas révélé par les phénomènes mécaniques produits à sa surface, tandis que, si le principe de la coexistence des mouvements n'était pas vrai, ceux dus à l'action d'une même force seraient différents suivant qu'ils seraient dans la direction du mouvement de la terre ou de direction contraire, ce qui est opposé à notre expérience de chaque jour.

Ce principe permet de remonter du mouvement aux forces.

Pour le cas d'un mouvement uniforme, il est évident qu'il faut que toutes les forces nouvelles qui viennent agir à chaque

instant sur le système soient nulles ou se détruisent, ce qui constitue l'état d'équilibre, autrement les mouvements dus à ces forces viendraient coexister avec les mouvements initiaux, et par suite modifier les vitesses.

Le mouvement uniformément accéléré d'un point est produit par l'action d'une force constante en intensité et en direction, et le mouvement, s'il est produit par cette seule force, a la même direction rectiligne qu'elle.

En effet, après un temps  $\theta$ , une force constante ayant fait prendre au corps une vitesse  $v$ , après un autre intervalle  $\theta$ , elle lui aura imprimé une autre vitesse  $v$ ; celle-ci sera donc  $2v$  après le temps  $2\theta$ , d'après le principe susénoncé, c'est, on le voit, la loi du mouvement uniformément varié pour lequel on a :  $v = gt$ ; donc, ce mouvement est produit par une même force agissant d'une manière constante. Telle est la pesanteur pour laquelle la valeur de  $g = 9,808$ ; aussi la trajectoire de la chute des corps pesants, à partir de l'état de repos, est-elle rectiligne, et celle des corps mis en mouvement par une force qui a agi antérieurement, et dont la direction diffère de la verticale, de forme parabolique.

Puisque l'effet d'une force sur un corps est le même, soit que d'autres forces aient précédemment agi sur ce corps, soit qu'elle agisse sur le corps en repos, on peut établir le principe suivant :

*Deux forces constantes  $F$  et  $F'$  sont entre elles comme les accélérations  $w$ ,  $w'$  qu'elles imprimeraient à un même point matériel, partant du repos ou animé d'une vitesse initiale de même direction que la force, en agissant pendant le même temps.*

En effet, si une force égale à l'unité produit une accélération égale à  $a$ ,  $F$  forces semblables produiront  $F$  accélérations indépendantes d'après l'axiome précédent, où l'accélération totale  $F \times a = w$ ; de même pour la force  $F'$ , on aura :  $F' \times a = w'$ , donc :

$$F : F' = w : w'.$$

Pour avoir la mesure de la force constante  $F$ , nous pouvons la

comparer à une autre force dont l'effet sur le même corps soit connu, à la pesanteur. Nous savons que l'accroissement de la vitesse communiqué par la pesanteur dans le temps  $\theta$  est  $g \theta$ , nous aurons donc, en appelant  $P$  le poids du corps, ou l'effort exercé par la pesanteur :

$$F : P = w : g \theta, \text{ ou } F = \frac{P w}{g \theta}.$$

La quantité  $\frac{P}{g} = M$  s'appelle la masse; elle est évidemment proportionnelle à la quantité de molécules matérielles, pesantes, contenues dans un corps.

La force étant constante et le rapport  $\frac{w}{\theta}$  constant, on a encore, après un temps égal à l'unité de temps :  $F T = M V$ , ou plutôt  $F = M V$ , quantité à laquelle on a donné le nom de quantité de mouvement.

*Les forces constantes peuvent donc être mesurées par le produit de la masse du corps auquel elles sont appliquées par la vitesse qu'elles lui font acquérir pendant l'unité de temps, en entendant que l'on a pris pour unité de force celle qui fait parcourir à l'unité de masse dans l'unité de temps, l'unité de longueur.*

Nous prenons le kilogramme pour unité de force, le mètre pour unité de longueur, la seconde pour unité de temps; l'unité de masse  $m = \frac{1}{g}$  ou 0,10195, puisque  $g$  est égal à 9,808.

33. Nous avons supposé dans tout ce qui précède qu'il s'agissait de forces constantes. Si elles étaient variables, la première relation  $F = \frac{P w}{g \theta}$ , dans laquelle  $\theta$  a une valeur quelconque, serait toujours applicable, à la condition de prendre  $\theta$  assez petit pour que la force pût être considérée comme constante pendant l'intervalle de temps pendant lequel elle produit l'accélération  $w$ .

## COMPOSITION DES FORCES.

34. Un point soumis à l'action de plusieurs forces, ne pouvant suivre qu'une seule direction, se meut en chaque instant comme

s'il obéissait à une force unique qui agirait suivant cette direction. Les forces qui agissent sur lui peuvent donc être remplacées par une seule, à laquelle on donne le nom de *résultante*, ou réciproquement on peut remplacer une force unique par deux ou plusieurs forces qui seraient ses *composantes*.

Soient P et Q deux forces agissant au point A (fig. 24), et représentées par deux droites de longueur proportionnelle à l'intensité de ces forces. Chacune de ces forces agissant isolément ferait parcourir en chaque instant au point matériel un espace proportionnel à sa grandeur : les deux droites AP, AQ représentent donc également les forces et les accélérations qu'elles produisent.

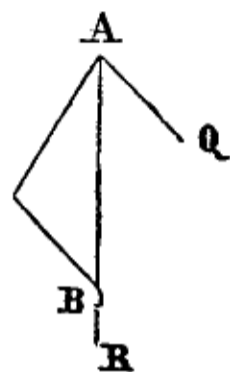


Fig. 24.

Or, nous savons que la diagonale AB du parallélogramme ABPQ représente la direction et la grandeur du mouvement produit, de l'accélération résultante; donc elle représentera aussi la direction et la grandeur de la force pouvant produire cette accélération. D'où le théorème fondamental en mécanique :

*Si deux forces P et Q sont représentées en grandeur et en direction par les deux côtés d'un parallélogramme, leur résultante est représentée en grandeur et en direction par la diagonale de ce parallélogramme.*

D'après une propriété des triangles, on en déduit :

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2 PQ \cos. PAQ.$$

Si l'angle PAQ est droit  $\cos. PAQ = 0$ .

35. Nous en déduisons que, si une force R fait avec une ligne AP (fig. 25) un angle  $\alpha$ , on voit, en la décomposant en deux forces agissant à angle droit, dont l'action serait équivalente, qu'elle presse ou tire cette ligne, perpendiculairement, par une composante R égale à  $R \sin. \alpha$  (1), et exerce une traction ou une pression Q dans le sens de cette ligne, représentée par  $R \cos. \alpha$ . On a donc entre ces forces la relation  $R = P^2 + Q^2$ .

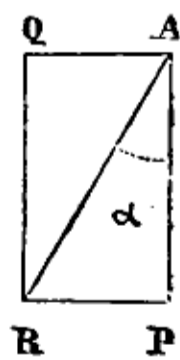


Fig. 25.

(1) On sait que l'on introduit les angles dans le calcul au moyen de lignes liées intimement avec eux.

