

## CHAPITRE V.

## DU TRAVAIL DES FORCES.

39. Les forces de la nature agissent toujours par une succession continue d'efforts déterminés le long du chemin parcouru par leur point d'application. Il y a donc une relation intime entre le chemin parcouru et l'effet produit par les causes de mouvement. Ces deux éléments, l'effort en chaque instant et le chemin parcouru, doivent être étudiés en même temps; si on peut à la rigueur les étudier séparément quand il s'agit de corps libres, pour lesquels le chemin parcouru résulte directement de la grandeur des forces, il n'en est point de même quand on considère des systèmes de corps dont tous les points ne sont plus libres, ce qui peut être cause de l'annulation de l'action de forces.

Il devient alors nécessaire de considérer en même temps la force et le chemin parcouru, *le produit de la force par le chemin décrit par son point d'application, évalué suivant la direction de cette force*. C'est ce qu'on appelle le travail de cette force, notion fondamentale de la mécanique appliquée, l'unité complète dont la considération a jeté tant de clarté sur cette partie de la science. Entrons dans quelques détails à cet égard.

Supposons qu'une force verticale, dirigée de bas en haut, soit employée à élever uniformément un fardeau; cette force sera constante et égale au poids du fardeau. Quant à l'effet produit, il sera évidemment proportionnel au poids du fardeau élevé, ou, ce qui revient au même, à la force considérée; mais il sera aussi proportionnel à la hauteur verticale que le fardeau aura parcourue; car, sans mouvement, la force se réduit à une pression, ne produit plus d'action directe; en sorte que l'effet sera, en définitive, mesuré par le produit de la force par la hauteur, par *le travail*. Rien de plus facile donc pour le cas de l'élévation verticale des corps que d'évaluer ce travail en nombres; car, si l'on prend pour unité de travail celui qui consiste à élever l'unité de

poids à l'unité de hauteur, il paraîtra évident qu'élever à une hauteur quelconque  $H$  un poids donné  $P$ , c'est répéter autant de fois l'effet partiel qui répond à l'unité de travail qu'il y a d'unités de longueur dans  $H$  et d'unités de poids dans  $P$ ; le produit  $P H$  est donc la mesure naturelle de l'effet ou du travail *utile* total de la force motrice qui, par son activité, a élevé le poids  $P$  à la hauteur  $H$ ; peu importe, au surplus, la manière dont aient varié l'effort et la vitesse propres de l'agent en intensité ou en direction : car l'effet dont il s'agit ne suppose en lui-même autre chose qu'un effort vertical constant, mesuré par  $P$ , et dont le point d'application décrit un certain chemin  $H$  dans sa direction propre.

L'unité de poids étant le kilogramme, et l'unité de longueur le mètre, l'unité de travail sera le kilogrammètre ou le kilogramme élevé à un mètre.

40. Voyons maintenant comment on peut évaluer le travail mécanique des forces quelconques, dont la grandeur peut toujours être évaluée en poids, et ramener l'expression de sa mesure aux mêmes unités que celle qui se rapporte à l'élévation d'un poids, suivant la verticale.

En y réfléchissant un peu, on voit, dit M. Poncelet, qu'exécuter un travail mécanique quelconque, c'est vaincre, d'une manière utile pour le besoin des arts, des résistances telles que la force d'adhésion des molécules des corps, la force du calorique et des ressorts, la force de la pesanteur, la résistance des fluides, les frottements et quelquefois l'inertie de la matière, comme lorsqu'il s'agit de lancer des projectiles, de mettre en action des marteaux, des pilons, etc.; les exemples de toute espèce ne sauraient ici manquer. Mais, pour vaincre et détruire successivement des résistances continuellement renouvelées le long d'un certain chemin, il faut un effort de traction ou de pression agissant au point d'application de cette résistance, et qui se renouvelle en se déplaçant lui-même constamment. Or, il peut arriver ou que l'effort soit dirigé à chaque instant dans le sens du chemin décrit par son point d'application, ou que cet

effet varie d'une manière quelconque en grandeur et en direction, sans cesser néanmoins de faire constamment équilibre à la résistance que lui oppose directement son point d'application, en vertu du principe de l'action égale et contraire à la réaction.

Considérons d'abord le premier cas, et supposons que l'effort et par suite la résistance conservent une valeur constante à tous les instants, ou pour chacun des éléments de chemin parcouru, on pourra évidemment appliquer à cet effort le même raisonnement que pour le cas où il s'agissait d'élever directement un poids à une certaine hauteur, sans lui faire quitter la même verticale; la quantité d'action qu'il développera dans une longueur de chemin donnée sera donc ici encore directement proportionnelle et à l'intensité constante de cet effort et au nombre de fois qu'il a été répété, ou au nombre des résistances partielles et égales qui ont été vaincues, c'est-à-dire au produit de cet effort, exprimé en unités de poids, par la longueur effective du chemin parcouru dans sa direction propre, estimé en unités de distance.  $Q$  étant donc le nombre des kilogrammes qui mesurent l'effort,  $q$  celui des mètres qui mesurent la longueur du chemin, la valeur du travail pourra encore être exprimée par le produit  $Q^k \times q^m$  ou  $Qq^{km}$ , en faisant attention qu'ici l'unité de travail  $1^{km}$  se rapporte à un effort constant de  $1^k$ , qui se répète le long d'un chemin de  $1^m$  dirigé d'une manière quelconque.

41. Quand le point d'application d'une force se meut dans une direction différente de celle de la force, ce n'est plus l'espace parcouru par ce point qu'on multiplie par la force pour former l'expression du travail produit par la force, c'est la projection de cet espace sur la direction de la force.

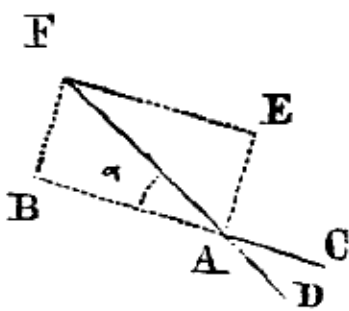


Fig. 32.

En effet, soit  $F$  une force agissant au point  $A$  (fig. 32), qui par suite de liaisons ou d'obstacles ne peut se mouvoir qu'en décrivant la ligne  $AB$  faisant l'angle  $\alpha$  avec sa direction; on sait que cette force peut se décomposer suivant deux autres, l'une suivant

$AB = F \cos. \alpha$ , l'autre suivant  $AE = F \sin. \alpha$ , perpendiculaire à  $AB$ . La première produira le travail  $F \cos. \alpha \times AB$ , ce qui est la force multipliée par le chemin parcouru projeté suivant la direction de la force ( $AB \cos. \alpha$ ), et sera le seul travail dû à la force  $F$ ; car la composante suivant  $AE$  étant perpendiculaire à  $AB$ , le chemin parcouru dans sa direction est nul et son travail nul également. Elle ne produira qu'une pression (qui dans la pratique fait naître des résistances dont il faut tenir compte), et le travail de la force  $F$  se réduit à  $F \times AB \cos. \alpha$ .

42. Quand la force  $P$  est variable et que la direction suivie par son point d'application est également variable, pour déterminer le *travail*, on divise le temps du mouvement en espaces assez petits pour que, pendant chaque instant, on puisse supposer la force constante et l'espace parcouru par son point d'application comme rectiligne; alors le travail se compose d'une suite de produits  $P_1 H_1, P_2 H_2$ , etc., dont on prend la somme.

Dans la pratique, cette somme se forme aisément.

Sur une ligne droite indéfinie (fig. 33), on porte des longueurs  $a_1, a_2, a_2, a_3 \dots$  proportionnelles aux nombres représentant les forces  $P_1, P_2 \dots$ ; par les points  $a_1, a_2$ , on élève des perpendiculaires proportionnelles aux chemins parcourus  $H_1, H_2 \dots$ . Enfin par les extrémités de ces perpendiculaires, déterminées en nombre suffisant, on fait passer une courbe.

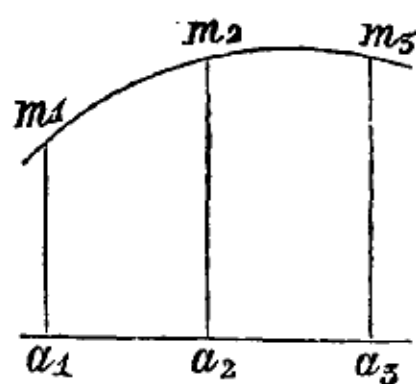


Fig. 33.

Il est clair que l'aire de chaque trapèze mixtiligne,  $a a_2 m_2 m \dots$ , exprime le produit  $P_1 H_1 + P_2 H_2 + \dots$ . La surface comprise entre la droite  $a_1 a_2 a_3 \dots$  la courbe et les deux ordonnées extrêmes exprime le travail total  $T$  cherché; tous les moyens propres à évaluer l'aire de cette surface fourniront donc l'expression de la valeur du travail d'une force variable quant à l'intensité et quant à la direction du chemin parcouru.