

tion va simplifier l'étude de la cinématique et permettre de constituer en corps de science les matériaux épars jusqu'à ce jour. Les machines n'étant plus composées que d'un nombre d'éléments très-limité quant à leur mode de mouvement, il n'y aura plus qu'à étudier les combinaisons de ces éléments, les lois de leurs actions réciproques, pour en arriver promptement à comprendre les machines les plus compliquées, au lieu d'être contraint d'étudier celles-ci successivement et comme des systèmes n'ayant aucun rapport entre eux. Il en résulte, en un mot, la possibilité de constituer sur des théories élémentaires l'étude géométrique des machines.

## CHAPITRE VIII.

### DES MACHINES SIMPLES.

#### *Équilibre dans ces machines et guides de mouvement.*

54. Un élément de machine ne pouvant être, à un instant donné, qu'un des trois systèmes : levier, tour ou plan, ou une combinaison de ces systèmes, il importe d'étudier ces systèmes élémentaires, appelés habituellement *machines simples*, que nous allons rencontrer à chaque pas. Nous étudierons d'abord, pour chacun de ces systèmes, les directions et l'étendue des chemins parcourus par les points des corps que l'on transforme en ces systèmes. Cette transformation s'effectue à l'aide d'organes, qui prennent le nom de *guides*, qui déterminent les points fixes étant soutenus par les bâtis fixes, portés par le sol et offrant des résistances plus que suffisantes pour supporter les poids et les efforts exercés sur les pièces en mouvement.

#### 1<sup>o</sup> *Système levier (un point fixe).*

55. *Mouvement.* — L'introduction d'un point fixe dans un corps solide, ce qui le convertit en la machine simple, en l'élément mécanique appelé levier, fait qu'un point quelconque de ce

corps situé à une distance rectiligne  $r$  du point fixe peut décrire toutes les courbes qui peuvent être tracées sur une sphère du rayon  $r$ , ayant pour centre ce point fixe; les rayons passant par les divers points de chaque courbe formant un cône que décrit le levier.

Tout mouvement élémentaire pouvant être considéré comme se passant dans le plan tangent à ce cône, on peut raisonner, pour établir les conditions d'équilibre dynamique, sur des éléments rectilignes.

La courbe sphérique, intersection du cône et de la sphère, se réduit le plus souvent à un arc de grand cercle, tant par la difficulté d'exécuter un guide du système levier qui permette des mouvements dans des plans différents, que de mettre en rapport un organe doué d'un semblable mouvement avec d'autres sur lesquels il pût agir.

Réservant donc comme une ressource de la mécanique, à examiner dans des cas spéciaux, la généralité du mouvement du levier, on doit le considérer comme fournissant directement et nécessairement le *mouvement circulaire alternatif*, dans un même plan ou dans des plans ne faisant pas de très-grands angles entre eux. La propriété d'être alternatif est le caractère propre de ce système (ce qui le distingue du système tour, avec lequel la construction le rapproche beaucoup dans la pratique), le support du point fixe ne permettant pas de parcourir tout le grand cercle de la sphère qui comprend tout le mouvement théoriquement possible.

$E$ , étant le chemin parcouru en un instant par un point du corps situé à une distance  $R$  du point fixe, sera un petit élément circulaire; donc  $E = R\omega$ ,  $\omega$  étant l'angle au centre que parcourt la ligne droite qui mesure la distance  $R$ , le mouvement se faisant sur une sphère dont le point fixe est le centre. Pour un point quelconque, situé à une distance  $r$  de ce centre, l'espace parcouru pendant le même temps sera

$$r\omega \text{ ou } E \frac{r}{R}, \text{ puisque } \omega = \frac{E}{R}.$$

56. *Équilibre sur le levier.* — Le mouvement étant devenu uniforme, le travail moteur et le travail résistant sont égaux. Si donc nous considérons, dans le cas général, les deux forces P et Q, de direction quelconque, agissant sur un levier de forme quelconque, on aura, d'après le principe de la transmission du travail pour un mouvement élémentaire correspondant à un petit

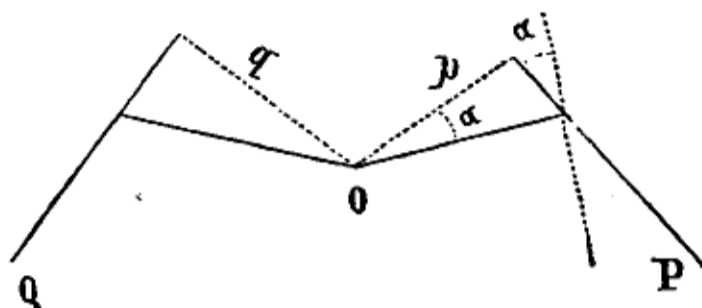


Fig. 36.

angle au centre  $\omega$  (fig. 21),  $P l \cos. \alpha \omega = Q l' \cos. \alpha' \omega$ ,  $l$  et  $l'$  étant les longueurs des bras du levier mesurées du centre d'oscillation au point d'application des forces,  $\alpha \alpha'$  les angles des chemins par-

courus avec la direction des forces. Or, ces chemins étant de petits arcs de cercle décrits du point O, par suite des perpendiculaires à la direction des bras du levier, si on abaisse les perpendiculaires  $p$  et  $q$  du centre  $o$  sur les directions des forces, on aura  $l \cos. \alpha = p$ ,  $l' \cos. \alpha' = q$ , d'où  $Pp = Qq$ , relation déjà trouvée pour le cas des forces parallèles.

L'équilibre ne peut avoir lieu qu'autant que la résultante passe par le point d'appui, c'est-à-dire qu'il faut, en outre de la relation précédente : 1° que les deux forces soient dans un même plan, condition nécessaire pour qu'elles aient une résultante unique; 2° que le point d'appui soit aussi dans ce plan qui renferme la résultante; 3° enfin que les forces P et Q tendent à faire tourner le levier en sens contraire, autrement le signe du travail de l'une d'elles ne serait pas différent de celui du travail de l'autre, et la condition  $Pp + Qq = 0$  ne pourrait être satisfaite.

Enfin, la charge du point d'appui étant précisément la résultante des forces qui agissent sur le système (y compris la pesanteur, si l'on veut tenir compte du poids du levier), on voit qu'elle s'obtiendra facilement, en transportant en ce point toutes les forces parallèlement à elles-mêmes et en prenant leur résultante.

57. *Guides du levier.* — Le guide du système levier devrait

