

culaire, nous rentrons dans le cas du tour, c'est-à-dire qu'on

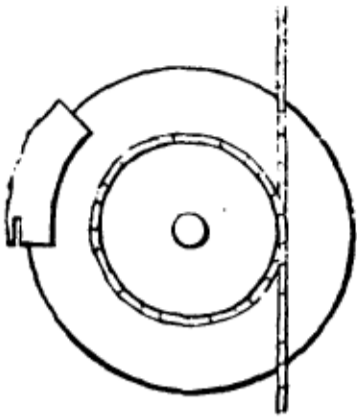


Fig. 58.

peut remplacer la courbe par les guides d'un axe. Telle est la disposition employée (fig. 58) pour scier les jantes des roues circulairement. La pièce de bois est placée sur un plateau circulaire pour être soumise à l'action de la scie, et à mesure que le plateau tourne par l'action de chaînes, la scie débite les jantes circulairement.

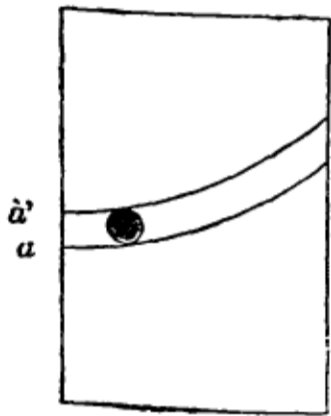


Fig. 59.

2° *Dans l'espace.* — Soit ab un élément de courbe tracée sur une surface cylindrique quelconque; en faisant dans ce cylindre une rainure limitée par la courbe ab , une courbe semblable et équidistante $a'b'$ et des normales à ces courbes, on aura une rainure pouvant guider une pièce de forme convenable pour remplir le vide, de telle manière

qu'elle ne pourra se mouvoir que le long de ces courbes, et par suite en produisant le mouvement voulu.

CHAPITRE X.

DES RÉSISTANCES PASSIVES.

68. Nous avons vu qu'en appelant T_m le travail du moteur physique qui est transmis à une machine, T le travail utile, le travail industriel qu'effectue la machine, on pouvait poser l'équation : $T_m = T + T'$, T' étant le travail consommé par la machine même, la perte de travail que causent les résistances propres à son mouvement. La plus importante cause de perte de travail, celle qu'il est le plus nécessaire d'étudier, afin de rendre le terme T un maximum pour une valeur donnée de T_m , est le frottement.

Frottement.

69. Toutes les fois qu'un corps se meut en glissant sur un autre

il se produit une résistance qui s'oppose au mouvement, et que l'on nomme *frottement de glissement*. Il entraîne une destruction de travail utilisable dû à l'action réciproque des molécules des deux corps, aux vibrations qui se propagent dans l'intérieur des corps par l'action des forces dites moléculaires. On a reconnu par des expériences très-précises que la résistance due au frottement est assujettie à trois grandes lois, qui guident dans toutes les applications, et qui sont sûrement exactes dans les limites où on les applique dans les machines.

1° *Le frottement est proportionnel à la pression*, c'est-à-dire que la résistance est toujours une même fraction de la pression qui applique un corps sur l'autre, ce qui se comprend assez bien, puisque les actions moléculaires doivent naître en raison de cette pression.

2° *Le frottement est indépendant de l'étendue des surfaces en contact*, c'est-à-dire que, quand cette étendue augmente sans que la pression change, la résistance totale reste la même, bien que la pression sur chaque élément se trouve diminuée en raison inverse de l'étendue même des surfaces. Puisque pour des substances données le frottement est une fraction constante de la pression, il en résulte qu'un même corps pesant traîné sur un plan donne toujours lieu à la même résistance sur quelque face qu'il soit posé.

3° *Le frottement est indépendant de la vitesse du mouvement*, c'est-à-dire qu'il faudra une même quantité de travail pour faire parcourir à un corps une longueur déterminée, en surmontant le frottement, quelle que soit la vitesse du mouvement.

A l'aide de ces trois lois fondamentales et des valeurs du rapport du frottement à la pression, en raison de la nature des surfaces en contact, déduit des résultats de l'expérience, on peut dans tous les cas évaluer le travail consommé par le frottement. C'est ce que nous allons faire pour le cas des machines simples; mais auparavant disons quelques mots d'un autre genre de frottement.

70. *Frottement de roulement*. — Lorsqu'une roue roule sur un

plan, il se développe au contact un frottement d'une nature particulière, dit frottement de roulement. Sa valeur est en raison inverse du diamètre de la roue, et, pour les matériaux rigides employés dans les machines, la résistance au roulement d'un corps dur sur une surface polie est assez faible pour être toujours négligeable auprès du frottement de glissement.

Frottement dans les guides de mouvement.

71. De ce que les guides de mouvement se réduisent pour chaque élément de machine à ceux des trois machines simples : *levier, tour et plan*, il faut, pour pouvoir comparer dans les applications lequel de ces systèmes est préférable pour un cas déterminé, évaluer les résistances qui naissent dans chacun d'eux.

Quand on considère les systèmes *levier, tour et plan*, indépendamment des réactions de la matière, comme des abstractions mathématiques, ils sont tous également parfaits, et ils transmettent intégralement le travail d'un organe d'une machine à un autre organe, d'après le principe de la transmission du travail ; mais évidemment on néglige ainsi une partie de la question, celle qui se rapporte à la nature physique des corps. Pour que les résultats déduits de l'étude théorique aient une valeur d'application, il faut aussi étudier cet élément, qui permettra de choisir entre plusieurs organes celui qui entraîne les moindres résistances passives. C'est à quoi l'on parvient, au moins pour la plus grande partie, en tenant compte du frottement, la plus importante et la plus générale des résistances passives.

72. Nous allons chercher à calculer le travail du frottement dans chacune des machines simples. Définissons d'abord l'angle du frottement.

Soit un corps reposant sur un plan horizontal ; si on incline peu à peu ce plan à l'horizon, il ne se meut pas aussitôt, mais il arrivera un point où le corps se mettra en mouvement. Soit P le poids du corps (fig. 60), α l'angle du plan incliné avec l'horizon

quand le mouvement a lieu; la pesanteur de P se décompose en deux forces :

$P \sin. \alpha$ suivant la direction du plan incliné et $P \cos. \alpha$ perpendiculairement à ce plan.

La première force est celle qui détermine le corps à glisser; elle détruit la résistance provenant du frottement lorsque le mouvement a lieu; elle est donc égale alors au frottement F ; donc $F = P \sin. \alpha$.

La deuxième composante exprime la pression Q que le corps exerce sur le plan; donc $Q = P \cos. \alpha$.

$$\text{On a donc } \frac{F}{Q} = \frac{P \sin. \alpha}{P \cos. \alpha} = \text{tang. } \alpha.$$

On reconnaît, en variant arbitrairement l'étendue de la surface en contact et le poids du corps, que l'angle d'inclinaison ne varie pas pour une même substance.

Cet angle, désigné habituellement par la lettre φ , s'appelle l'angle du frottement, et le rapport du frottement à la pression égal à $\text{tang. } \varphi$ est le coefficient du frottement, le plus souvent représenté par la lettre f .

Nous donnons ici le coefficient moyen et l'angle du frottement pour les diverses natures de surfaces qui se rencontrent dans les machines, dans leur état le plus ordinaire de poli.

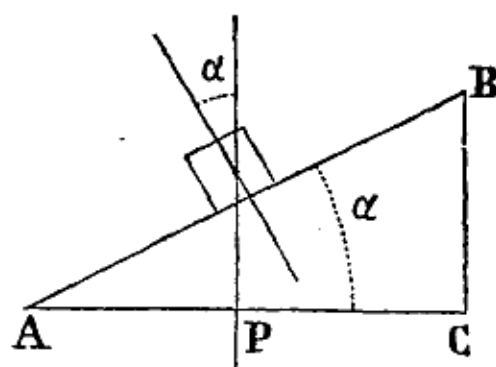


Fig. 60.

SUBSTANCES EN CONTACT.	RAPPORT du FROTTEMENT à la pression.	ANGLE du FROTTEMENT.
Bois sur bois, à sec.	0,36	$19^{\circ} \frac{3}{4}$
Id., avec enduit gras.	0,07	4°
Bois sur métaux, à sec.	0,42	$22^{\circ} \frac{3}{4}$
Id., avec enduit gras.	0,08	$4^{\circ} \frac{1}{2}$
Métaux sur métaux, à sec.	0,19	$10^{\circ} \frac{3}{4}$
Id., avec enduit gras.	0,09	5°
Cuir sur métal, à sec.	0,30	$16^{\circ} \frac{3}{4}$
Id., avec enduit.	0,15	$8^{\circ} \frac{1}{3}$

On voit que le frottement est d'autant moindre qu'il s'exerce entre corps plus durs. Quand des substances grasses sont interposées entre deux surfaces, celles-ci ne sont plus en contact immédiat, les molécules des corps gras forment des petites sphères qui roulent entre les deux corps.

Frottement dans le système plan.

Nous étudierons d'abord le frottement dans le système plan, parce que les autres cas s'en déduisent facilement.

73. Considérons un corps glissant d'un mouvement uniforme sur un plan incliné. Il y a alors équilibre en chaque instant entre la résultante nécessairement unique des forces qui agissent sur le corps et la résistance, la réaction du plan. Les points

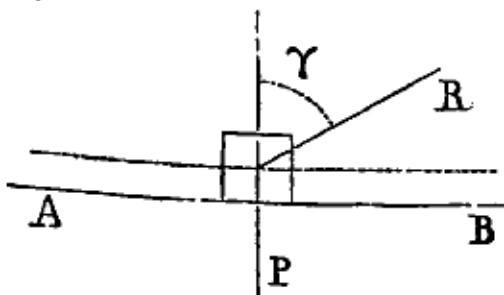


Fig. 61.

d'application de ces forces opposées décrivant des chemins égaux, l'égalité du travail exige l'égalité des forces.

Soit γ (fig. 61) l'angle que fait la résultante avec la normale au plan. Elle peut se décomposer en deux autres forces :

$R \cos. \gamma$, $R \sin. \gamma$, la première normale, la seconde parallèle au plan.

La première force $R \cos. \gamma$, exerce une pression sur le plan et produit le frottement, lequel est proportionnel à cette pression, et a pour valeur $f R \cos. \gamma$, f étant le coefficient du frottement. Cette résistance de frottement agit comme une force résistante parallèlement au plan, dans une direction opposée à celle du mouvement du corps.

La deuxième composante de la force R , qui a pour valeur $R \sin. \gamma$, est la force qui produit le mouvement. C'est donc cette force qui fait équilibre au frottement, on a donc :

$$R \sin. \gamma = f R \cos. \gamma \text{ ou } \text{tang. } \gamma = f.$$

Or, nous avons trouvé $\text{tang. } \varphi = f$, φ étant l'angle du frottement. Donc la résultante R qui agit sur le corps de manière à lui

imprimer un mouvement uniforme, fait avec la normale au plan un angle égal à l'angle du frottement. Cette résultante peut être considérée comme égale et opposée à la réaction du plan, qui en détraît l'effet en chaque instant, et l'on peut dire que *la réaction du plan fait toujours avec la normale un angle égal à l'angle du frottement.*

Si la résultante R faisait avec la normale un angle plus petit que l'angle du frottement, le corps ne pourrait plus éprouver de déplacement, car on aurait $\text{tang. } \gamma < \text{tang. } \varphi$ ou $R \sin. \gamma < f R \cos. \gamma$, c'est-à-dire que la force qui tendrait à faire glisser le corps serait plus petite que la force égale au frottement qui tendrait à l'empêcher de glisser.

Si, au contraire, la résultante R faisait avec la normale au plan un angle plus grand que l'angle du frottement, on aurait :

$$\text{Tang. } \gamma > \text{tang. } \varphi \text{ ou } R \sin. \gamma > f R \cos. \gamma.$$

Alors, la force qui tend à faire glisser le corps étant toujours plus grande que la force de frottement qui tend à le retenir, le mouvement serait accéléré.

74. *Cône de frottement ou de résistance.* — Il est une manière de présenter cette propriété qui en fait mieux apprécier l'importance. AQB étant l'angle du frottement, limité par la ligne QB , AQ étant la normale au point Q , si l'on fait tourner la ligne BQ autour de AQ comme axe, elle engendrera le cône BQC .

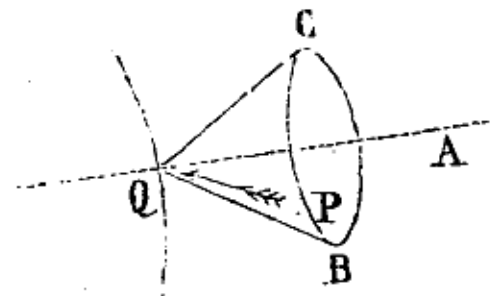


Fig. 62.

Il jouit de cette propriété que toute pression, quelque grande qu'elle soit, appliquée en Q , ne produira aucun mouvement et seulement une pression sur la surface, tant qu'elle est dirigée à l'intérieur de ce cône. Au contraire, toute force, quelque petite qu'elle soit, produira un mouvement, ne sera pas annulée par la résistance du corps, si sa direction est extérieure au cône.

La propriété énoncée plus haut, transportée ainsi du plan que l'on peut considérer comme le plan tangent à une surface en un point, à cette surface même, prend une forme générale qui en

