mité de la corde, pour un angle ω décrit par l'axe, est donc $2\,\pi\,R\,\omega$ pour l'une, $2\,\pi\,r\,\omega$ pour l'autre, c'est-à-dire variable avec les rayons des sections du cône spiral.

Nous supposons que les cordons sont parallèles à la direction du mouvement rectiligne; s'ils étaient obliques, il faudrait comparer les projections des cordons sur la direction du mouvement rectiligne que permettent les guides de la pièce avec laquelle le cordon est réuni, multiplier les longueurs réelles par les cosinus de l'angle qu'elles forment avec cette direction.

CHAPITRE III.

Mouvement rectiligne continu en rectiligne continu.

353. Le mouvement rectiligne étant produit par le système *plan*, ne pouvant naître qu'avec des guides plans, les organes pouvant fournir la transformation indiquée consistent dans des dispositions permettant l'action mutuelle de systèmes de cette nature.

Comme il n'y a pas de roulement possible entre des systèmes à mouvement rectiligne, on voit que les organes à contact immédiat seront tous à glissement, qu'il ne peut exister de transformation directe à frottement de roulement. C'est à cause des frottements considérables qui se produisent dans ces moyens directs de transformation qu'on préfère presque toujours les transformations indirectes, c'est-à-dire en passant par des transformations intermédiaires, et notamment par le mouvement circulaire continu, dont nous avons reconnu les avantages.

Les systèmes qui agissent à l'aide d'organes intermédiaires se réduisent aux cordes et courroies, les articulations ne pouvant fournir qu'un moyen d'assemblage entre deux mouvements rectilignes indéfinis et ne pouvant fournir de véritable transformation que lorsqu'on considère les mouvements rectilignes alternatifs. C'est alors que nous les étudierons.

Nous ne nous occuperons guère dans ce qui va suivre que des organes qui transforment le mouvement dans un rapport de vitesse constant, les seuls qu'on rencontre dans les machines; nous indiquerons toutefois comment ceux-ci devraient être modifiés pour fournir un rapport de vitesse variable.

1° ORGANES AGISSANT PAR CONTACT IMMÉDIAT.

354. Quand les deux mouvements rectilignes sont de directions parallèles et de même vitesse, il n'y a plus de transformation à opérer, il n'y a plus qu'une simple communication qui s'effectue par tout assemblage de pièces rigides.

Dans le cas où les directions ne sont pas parallèles ou quand les vitesses diffèrent, la solution directe du problème de la communication d'un mouvement rectiligne entre deux pièces du système plan consiste à faire pousser l'une des pièces par l'autre, en traçant convenablement les parties qui viennent en contact.

355. *Rapport des vitesses* (1). — Soient en général O Z, O Z' les directions des deux mouvements rectilignes faisant entre

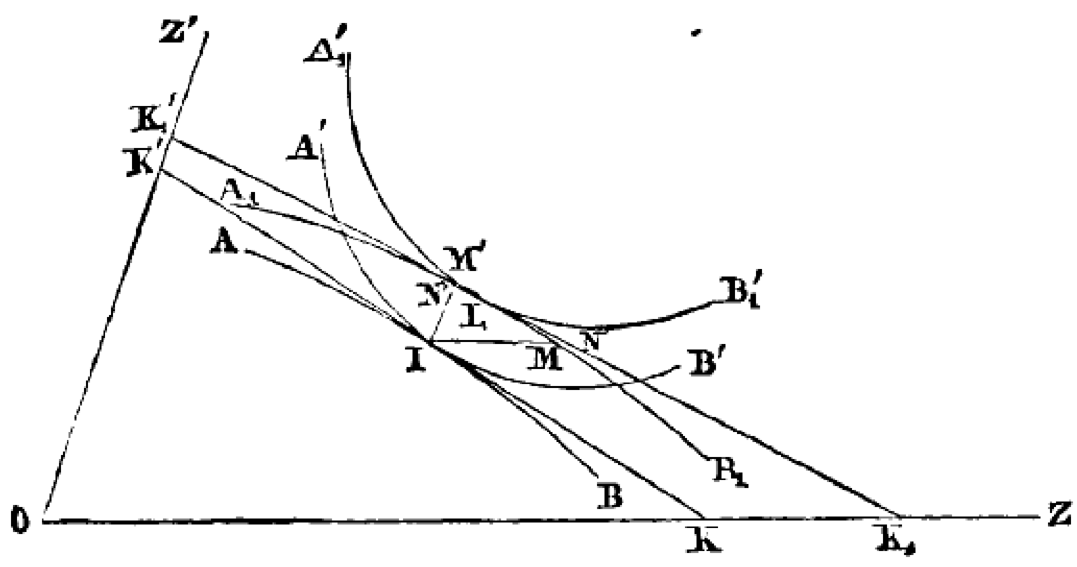

Fig. 297.

elles un angle quelconque, et se rencontrant en un point O. Soient deux courbes A B, A' B' en contact en I se poussant l'une l'autre, ayant une tangente commune K K', la courbe A B

(1) Girault, *Géométrie*.

étant astreinte à se mouvoir dans la direction O Z, et la courbe A′ B′ dans la direction O Z′.

Dans une position infiniment voisine de la première soient $A_1 B_1$, $A'_1 B'_1$ les nouvelles positions des deux courbes en contact en I_1, ayant la tangente commune $K_1 K'_1$.

Menons par le point I, une droite parallèle à O Z qui coupe en M la ligne $A_1 B_1$ et en N la tangente $I_1 K_1$; menons par le même point I une parallèle à O Z′ qui coupe en M′ la courbe $A'_1 B'_1$ et en N′ la tangente $I_1 K_1$. Dans le même temps infiniment court, le point I, considéré comme appartenant à la ligne A B se transporte en M, tandis que ce point I considéré comme appartenant à la ligne A′ B′ se transporte en M′. Il en résulte que I M, I M′ sont les chemins élémentaires simultanés appartenant aux deux courbes et que l'on a :

$$\frac{v}{v'} = \frac{IM}{IM'}$$

Mais dans le voisinage du point I, les courbes $A_1 B_1$, $A'_1 B'_1$ se confondant sensiblement avec leur tangente commune $I_1 K_1$, on peut au lieu du rapport de I M à I M′ prendre celui de I N à I N′, égal à celui de $O K_1$ à $O K'_1$, à cause de la similitude des triangles I N N′ et $O K_1 K'_1$.

Donc, en général, pour une position donnée des courbes de touchant suivant K K′, on a :

$$\frac{v}{v'} = \frac{OK}{OK'},$$

c'est-à-dire que les vitesses de translation sont proportionnelles aux longueurs des droites menées d'un même point parallèlement à la direction des deux mouvements, jusqu'à leur rencontre avec la direction de la tangente commune.

356. *Glissement.* — Puisque les points N et N′ viennent se confondre en I, lorsque les courbes repassent de leur seconde position à la première, N N′ représente la vitesse u du glissement, et l'on a :

$$\frac{u}{v} = \frac{NN'}{IN} = \frac{KK'}{OK}.$$

357. Le rapport des vitesses dépendant de la position de la tangente au point de contact, on voit que ce rapport ne sera constant que si la courbe se réduit à cette tangente, c'est-à-dire à une droite; que le plan incliné est le seul moyen de transformer un mouvement rectiligne en un mouvement semblable, dans un rapport de vitesse constant.

Si les directions des deux mouvements sont à angle droit, posant $OK = e$, on a : $OK' = e$ tang. λ, étant l'inclinaison de la tangente commune sur OZ, et $\frac{OK}{OK'} =$ tang. λ.

C'est le plus souvent ainsi qu'on emploie le système de plan incliné mobile connu sous le nom de *coin*. Le mouvement rectiligne de ce coin pourra engendrer directement le mouvement rectiligne d'une manière très-directe et très-simple, mais inacceptable si ce n'est dans quelques cas particuliers, à cause des frottements considérables qui se produisent dans le système. C'est en réalité le plan incliné rendu mobile, sans qu'il en résulte aucun changement dans ses propriétés mécaniques.

RAPPORT DES VITESSES CONSTANT.

358. *Mouvements rectilignes à angle droit.* — Soit B une pièce prismatique se mouvant entre deux guides, et A une barre également guidée, à angle droit sur la première, à laquelle il s'agit de communiquer le mouvement rectiligne de celle-ci (fig. 298). Terminons B par un coin rectangle s'appliquant sur le plan CP parallèle à BM, par un des côtés de l'angle droit, α étant l'angle latéral du coin. Le mouvement se communiquera ainsi qu'il est proposé de la barre B à la barre A, et en appelant v' la vitesse de B, v celle de A, nous aurons $\frac{v'}{v} =$ tang. α, comme il est facile de le voir directement.

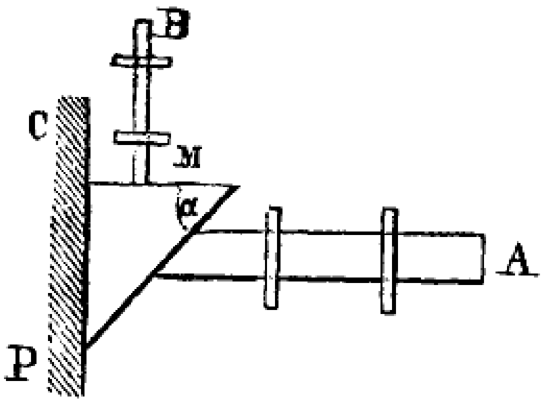

Fig. 298.

359. Dans la pratique, l'angle au sommet du coin est en général aigu; et v' grand par rapport à v. Comme dans tous les cas semblables, le mouvement réciproque du précédent ne peut presque jamais avoir lieu, la barre A faisant avec la normale à la face qu'elle rencontre un angle trop petit, et généralement moindre que celui de la résultante de la réaction du corps (art. 73), la production du mouvement de la barre B à l'aide de la barre A est donc le plus souvent *impossible*.

Au lieu d'agir avec la face oblique du coin sur la barre A ou mieux sur le galet qui la termine, on peut employer le système de deux plans inclinés (fig. 299), dont un, agissant rectangulairement sur la barre, est maintenu dans des coulisses de manière à ne pouvoir que s'élever comme celle-ci. Ce n'est qu'une autre manière de disposer les choses.

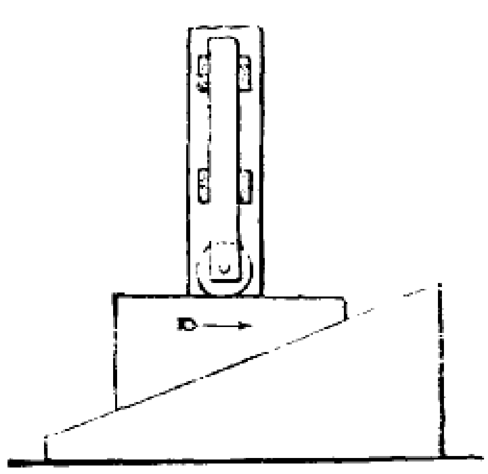

Fig. 299.

360. *Mouvements rectilignes dans un même plan, dont les directions font entre elles un angle* α. — La barre A fait avec la barre motrice B un angle α (fig. 300); si l'on adapte à celle-ci un plan incliné, un coin dont la surface soit

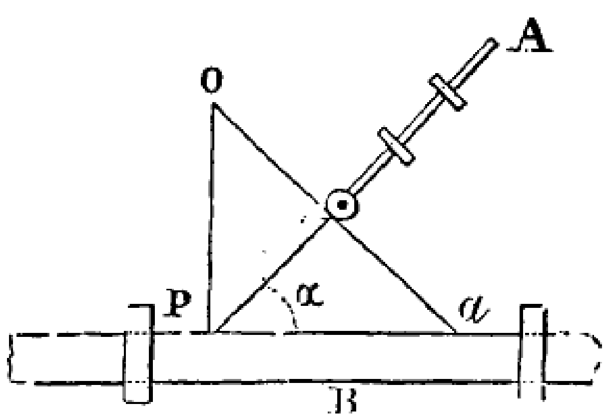

Fig. 300.

perpendiculaire à la barre A (dont on a soin de munir l'extrémité d'un galet), qui fait par conséquent avec la barre B un angle égal à $90° - \alpha$, le mouvement se communiquera comme dans le premier cas, et les rapports des vitesses v de B et v' de A seront comme les lignes (art. 355) O K, O K' $=$ O K cos. α, ou enfin $v' = v$ cos. α.

361. Si on ne pouvait disposer de l'extrémité de la barre du

plan incliné pour faire agir le coin sur cette partie, il faudrait employer une rainure recevant une cheville adaptée à l'autre pièce, comme la représente la figure 301.

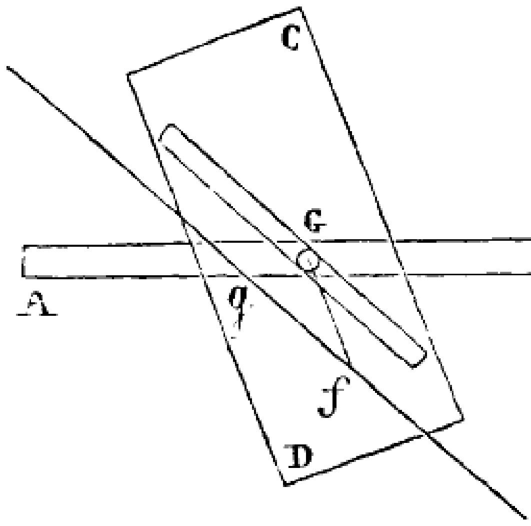

Fig. 301.

Soit un plan CD se mouvant parallèlement à lui-même et suivant la longueur duquel est pratiquée une rainure faisant un angle θ avec son côté; soit une barre AB ne pouvant se mouvoir que dans le sens de sa longueur, parallèle au plan, et à laquelle est adaptée une cheville G qui entre dans la rainure; appelons α l'angle que forme cette rainure avec la direction de la barre AB; les directions des mouvements du plan et de la barre font ensemble un angle $\theta + \alpha$.

L'angle des deux directions n'étant pas droit, les vitesses OK, OK' (art. 355) sont en raison invertis des sinus opposés du triangle OKK', et on a :

$$\frac{v}{v'} = \frac{\sin.\ \alpha}{\sin.\ \theta.}$$

Si la barre se meut perpendiculairement à la direction du mouvement du plan, on a :

$$\theta + \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ et } \frac{v}{v'} = \text{tang. } \alpha = \frac{1}{\text{tang. } \theta}$$

Si on a $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\sin.\ \alpha = 1$, le rapport devient $v \sin.\ \theta = v'$ et est le même que celui déjà trouvé ci-dessus.

362. *Mouvements rectilignes dans deux plans différents.* — Lorsque les barres ne sont pas dans le même plan, on peut encore employer le système représenté fig. 300, c'est-à-dire un

coin adapté à la barre B et dont la face serait perpendiculaire à la barre A; alors le galet de l'extrémité de la barre A ne parcourra plus la ligne de pente du plan incliné, la ligne perpendiculaire aux arêtes parallèles du coin, mais la ligne oblique qu'on obtiendra par l'intersection du plan incliné et d'un plan mené par l'axe A parallèlement à l'axe B, le point de contact appartenant toujours à la barre A et étant en chaque instant sur une parallèle à la direction de B, suivant laquelle le mouvement du plan est produit.

On peut aussi employer le système représenté fig. 299, augmenté d'un autre plan incliné dont la face est perpendiculaire sur la seconde barre, qui est fixé sur le plan mobile et fait corps

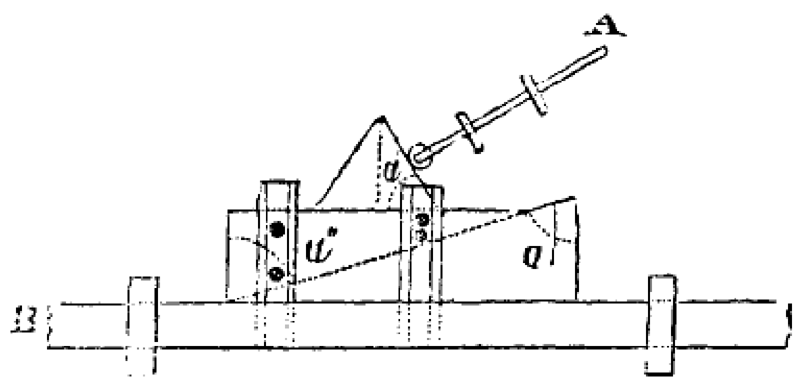

Fig. 302.

avec lui (fig. 302). A l'aide de la réunion de deux plans inclinés, de deux des systèmes précédents, on changera ainsi deux fois la direction du mouvement.

363. *Rapport de vitesse variable.* — Le cas de l'application du plan incliné, du rapport de vitesse constant, est le seul qui doive être examiné en détail, c'est le seul qui soit appliqué. On pourrait toutefois obtenir des variations de vitesse en employant au lieu de plans, des surfaces courbes tracées en raison de la variation de la vitesse. La question offre quelque intérêt au point de vue des mouvements relatifs, des mouvements que tracerait sur un plan fixe, un point de la ligne mue en ligne droite sur un plan.

On voit aisément que dans le cas de courbes (que l'extrémité de la barre conduite sera astreinte à ne pas quitter), comme dans la disposition indiquée fig. 303, tout point tracera simple-