un peu considérable. C'est la condition de transmission du maximum de travail utile.

Ce sont les organes qui satisfont à cette condition que nous étudierons en premier, et avec le plus de soin, dans chaque cas de transformation de mouvement continu en mouvement alternatif; nous indiquerons les cas où cette condition étant remplie, les vitesses peuvent être transmises dans un rapport constant ou variable, puis nous étudierons les systèmes où la première condition ne peut être remplie, et qu'on rencontre cependant dans les machines.

Nous remarquerons que pour les organes agissant par intermédiaires, nous n'aurons à traiter que des intermédiaires rigides, les cordes servant comme ceux-ci dans le sens de leur extension, mais ne pouvant produire le mouvement en sens opposé, comme il serait nécessaire pour engendrer le mouvement alternatif.

CHAPITRE IV.

Mouvement circulaire continu en circulaire alternatif.

CHAPITRE V.

Mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif.

Nous traiterons simultanément des organes qui servent à ces deux transformations, dont la similitude résulte de ce que la ligne droite peut être considérée comme appartenant à une circonférence de cercle d'un rayon infini, et après avoir exposé l'organe qui fournit la solution pour l'un d'eux, nous montrerons la modification qu'on doit apporter pour l'appliquer à l'autre système, modification qui la plupart du temps se réduit à celle des guides.

372. Le mouvement circulaire continu étant produit par le système *tour,* et le mouvement circulaire alternatif par le système *levier*, les organes propres à la transformation d'un de ces mouvements en l'autre consisteront en des moyens de faire agir l'un de ces systèmes sur l'autre.

Par extension, un double système tour pouvant également produire un mouvement alternatif, on pourra obtenir des solutions seulement par une combinaison de deux systèmes de ce genre.

Si la longueur du levier devient infinie, l'arc de cercle qu'il décrit devient une ligne droite, et les organes convenables pour la solution du système précédent produiront le mouvement rectiligne alternatif de la pièce, qui en réalité sera alors maintenue par des guides-plans. Comme le mouvement circulaire alternatif n'embrasse le plus souvent qu'un angle assez faible, il suffit, dans la pratique, que le levier soit un peu grand pour que l'arc qu'il décrit puisse être considéré comme une ligne droite; ce qui montre que la plupart des solutions que nous allons exposer peuvent être indifféremment employées dans les deux systèmes.

PREMIÈRE SECTION.

Condition du maximum satisfaite.

1° ORGANES AGISSANT A L'AIDE D'INTERMÉDIAIRES RIGIDES.

1° AXES PARALLÈLES.

373. *Bielle.* — 1° *Production de mouvements circulaires.* — Le plus simple et le plus parfait de tous les systèmes qui peuvent servir à la transformation qui nous occupe, consiste à réunir par une bielle rigide, à l'aide de deux articulations, c'est-à-dire en ne lui laissant que la liberté de tourner autour des points d'assemblage, l'extrémité du levier et un point de la circonférence du tour; pour chaque révolution de celui-ci le levier fera une double oscillation (fig. 308). Le

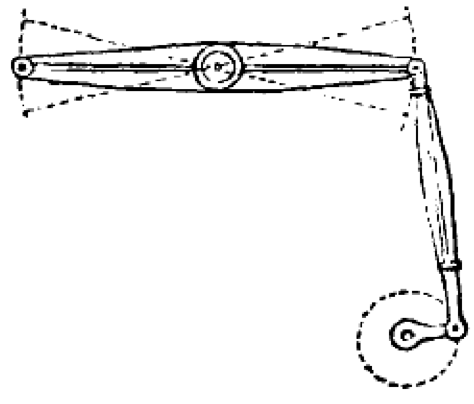


Fig. 308.

rayon du cercle auquel la bielle est assemblée s'appelle la manivelle.

374. *Rapport des vitesses.* — Si on prolonge les deux rayons D A, O′ B, autour de l'extrémité desquels tournent les extrémités de la bielle, jusqu'à leur rencontre en C, ce point est le centre instantané de rotation, ω, ω' étant les vitesses angulaires,

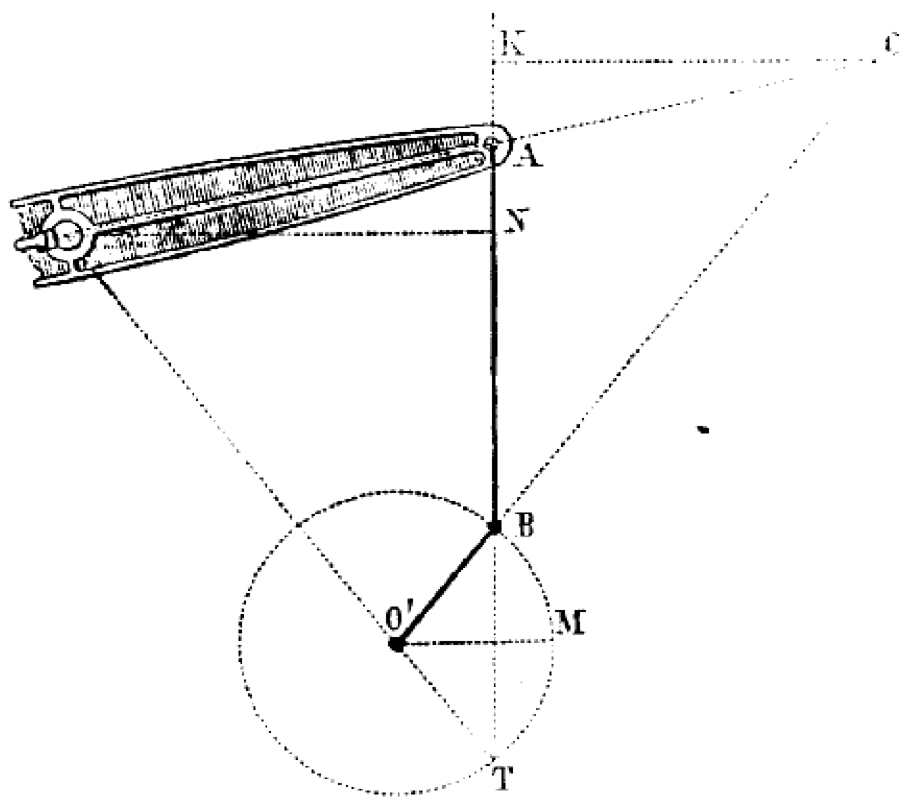


Fig. 309.

on a pour le rapport des vitesses linéaires : $\dfrac{\omega \times \mathrm{DA}}{\omega' \times \mathrm{O'B}} = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}$,

ou D A et O′ B étant des rayons constants, $\dfrac{\mathrm{R}\,\omega}{r\,\omega'} = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{\sin.\mathrm{A}}{\sin.\mathrm{B}}$.

C'est le rapport déjà trouvé, article 152, sauf que nous avons appelé α et β les angles complémentaires des angles A et B, ce qui donne les cosinus de ces angles au lieu des sinus de leur complément qui entrent dans l'expression ci-dessus.

On a d'ailleurs en abaissant sur les directions de la bielle les perpendiculaires C K, D N, O′M,

$$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{O'B}} = \frac{\mathrm{CK}}{\mathrm{O'M}} \text{ et } \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{DA}} = \frac{\mathrm{CK}}{\mathrm{DN}}.$$

Divisant ces égalités l'une par l'autre, il vient :

$$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}} \times \frac{r}{\mathrm{R}} = \frac{\mathrm{O'M}}{\mathrm{DN}} = \frac{\omega}{\omega'} = \frac{\mathrm{O'T}}{\mathrm{DT}},$$

à cause de la similitude des triangles T O′ M, T D N.

Ou en appelant l la distance des centres, c la longueur interceptée sur les lignes des centres à partir du centre de rotation,

$$\frac{\omega}{\omega'} = \frac{c}{l + c}.$$

375. *Points morts.* — Le moyen d'obténir graphiquement en chaque instant le rapport des vitesses angulaires permet de reconnaître l'existence de deux points morts, c'est-à-dire de deux points pour lesquels la vitesse du balancier devient nulle, par une diminution continue (celle de la manivelle restant constante), pour reprendre de même un mouvement de sens contraire.

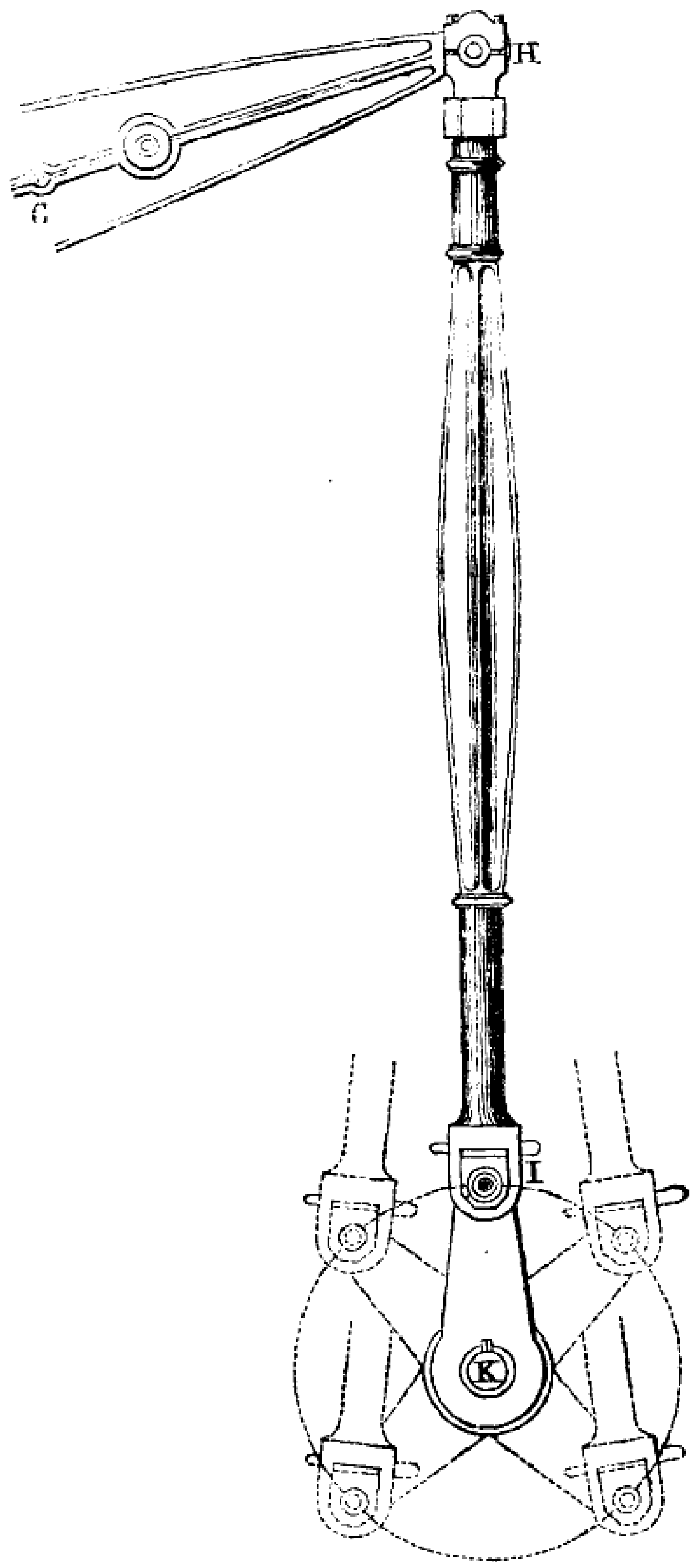


Fig. 310.

En effet la direction de la bielle s'approche puis s'éloigne des centres pour s'en rapprocher. Pour les deux points m et n pour lesquels la valeur de $c=0$, la bielle passe par le centre, la vitesse après avoir été en diminuant, devient égale à zéro pour croître ensuite, et pour cette valeur $\omega = 0$ comme $c = 0$.

Ces deux points sont les points morts correspondant au changement de sens du mouvement, dans les conditions les plus convenables pour éviter aucune déperdition de travail lors du changement du sens du mouvement.

Le maximum de vitesse correspond au point de passage de la bielle sur la ligne des centres; alors $c=r$ et d étant la distance des centres, on a les deux valeurs maxima

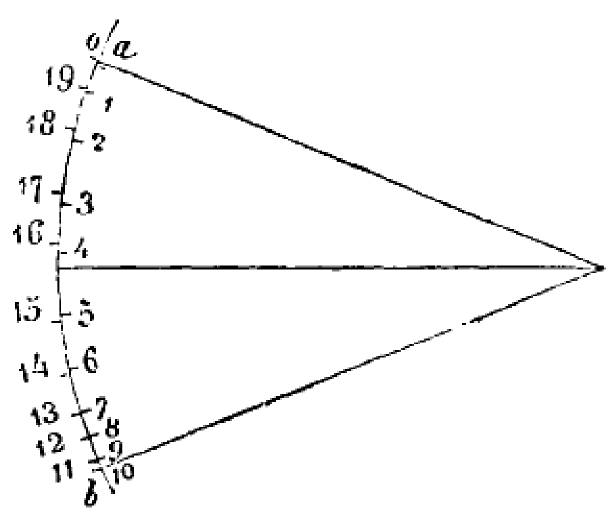
$$\omega = \omega' \frac{r}{d-r} \quad \text{et} \quad \omega = \omega' \frac{r}{d+r}.$$

376. — On peut construire directement, par simple tâtonnement, la courbe des espaces parcourus pour des arcs égaux du mouvement circulaire, ou des temps égaux lorsque celui-ci est uniforme.

Soit donc un balancier, un levier oscillant autour d'un point d'appui, ou de tourillons (ce qui est équivalent ici, le mouvement ne s'écartant pas du plan auquel ceux-ci sont perpendiculaires), et soit une bielle articulée d'une part à ce balancier et d'autre part au rayon d'un cercle, à une manivelle; tous les axes de rotation étant parallèles à celui du balancier (fig. 310).

Traçons le cercle O décrit par le bouton de la manivelle et divisons-le en parties égales, 20 par exemple, correspondant à

Fig. 311.



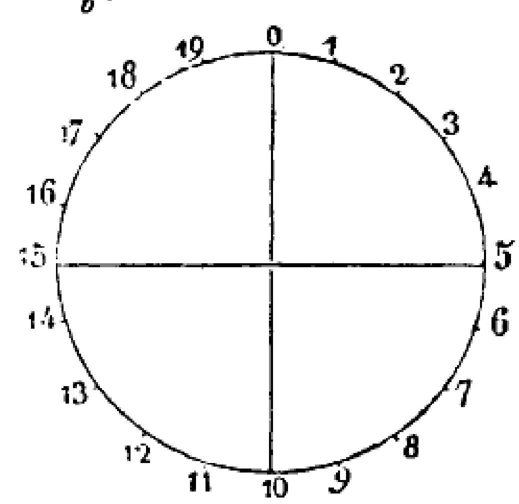


Fig. 312.

20 arcs égaux (fig. 312). Si on trace également l'arc ab (fig. 311) décrit par le balancier, et que par chacun de ces points de division comme centre, avec la longueur de la bielle pour rayon,

on décrive des arcs de cercle, ceux-ci couperont l'arc ab aux points $1'$, $2'$, $3'$..., ce qui donnera les arcs $a\,1'$, $a\,2'$, $a\,3'$..., décrits par la tête du balancier pendant que le bouton de la manivelle décrit les arcs 0 1, 0 2.... En prenant ces derniers arcs décrits comme abscisses d'une courbe dont ceux décrits par la tête du balancier seront les ordonnées, on aura la courbe 0 $1'$ $2'$.... (fig. 313).

Cette courbe n'est pas tout à fait symétrique dans ses deux branches par suite de l'obliquité de la bielle et de la forme curviligne de l'arc décrit par la tête du balancier.

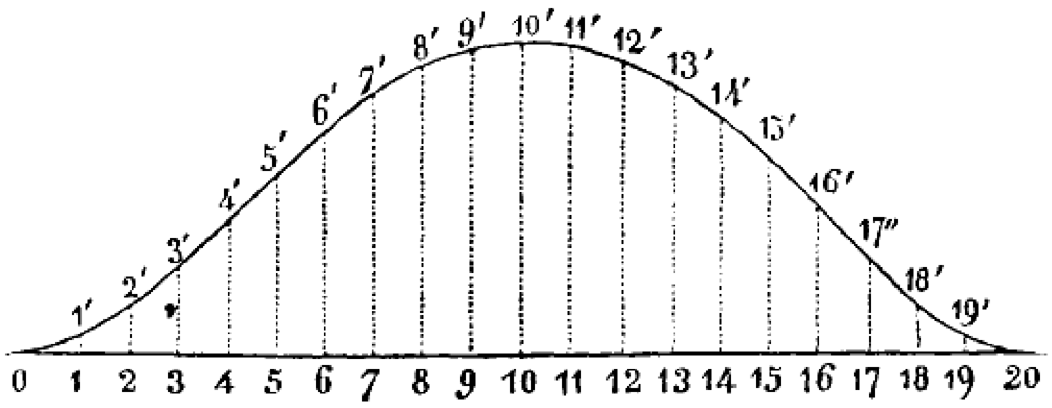


Fig. 313.

Le mouvement de l'axe de la manivelle étant ordinairement sensiblement uniforme, les abscisses qui correspondent à des arcs égaux sont proportionnelles aux temps. Il en résulte que les inclinaisons des tangentes à cette courbe donnent les vitesses de la bielle, les ordonnées représentant les chemins parcourus.

Cette courbe ayant deux tangentes parallèles aux abscisses, la vitesse est donc nulle en deux points, aux points morts, et l'on voit que c'est graduellement que la vitesse arrive à zéro pour produire un changement de sens.

La courbe ayant un point d'inflexion en chacun de ces points, on voit que la vitesse du mouvement se ralentit avant de devenir nulle.

377. — Le rapport $\frac{c}{l+c}$ des parties c et $l+c$ est constamment variable, le point de rencontre de la bielle et de la ligne des centres se déplaçant continuellement; le rapport des vitesses varie donc en chaque instant.

Il n'en est différemment que dans un seul cas et $\frac{c}{l+c} = \text{Const.}$, ce qui n'est possible que pour $c = l + c$ ou $c = \infty$; c'est le cas déjà examiné dans lequel la bielle reste constamment parallèle à la ligne des centres et a une longueur égale à cette distance; le rayon de la manivelle étant égal à la demi-longueur du balancier. On voit clairement que c'est la seule solution possible de la transmission du mouvement circulaire dans un rapport de vitesse constant au moyen de la bielle.

378. *Proportions relatives des éléments du système.* — La bielle qui produit, comme nous l'avons vu en réunissant deux systèmes tour, la transmission du mouvement circulaire continu, ne produit dans le plus grand nombre de cas que le mouvement circulaire alternatif d'un des systèmes, celui de l'autre étant continu. C'est évidemment dans l'étude des proportions relatives des divers éléments du système articulé formé par la bielle et les deux rayons tournant autour de centres fixes que peut se trouver l'analyse de ces effets; nous suivrons à cet effet l'analyse très-complète que donne M. Girault (1).

379. Appelons r le rayon de la plus grande circonférence, r' celui de la plus petite, d la distance des centres, l la longueur de la bielle.

Soit d'abord le centre de la petite circonférence extérieur à la grande, le mouvement continu de A est impossible.

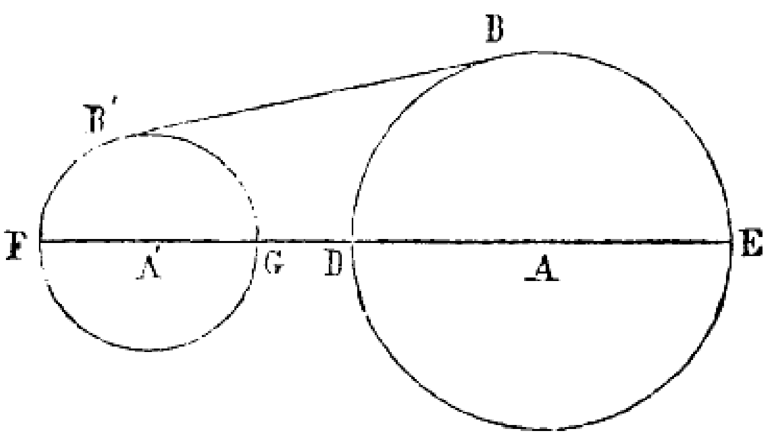


Fig. 314.

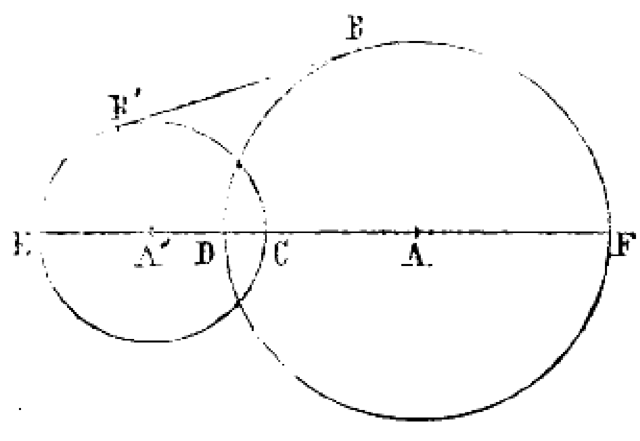


Fig. 315.

En effet, D et E étant les points de la circ. A situés sur la ligne des centres, F et G les points de la circ. A' situés sur la même droite, il faut, pour que le point B passe en D, que la longueur de la bielle soit égale ou inférieure à DF; et, pour

(1) *Géométrie appliquée à la transformation des mouvements.*

que le point B passe en E, que la longueur de la bielle soit égale ou supérieure à EG. Or, ces deux conditions sont incompatibles, puisqu'elles reviennent à

$$l < d + r' - r,\ l > d + r - r',$$

et que l'on suppose r' moindre que r.

Elles ne peuvent être satisfaites à la fois que par $r = r'$ et $l = d$, comme nous l'avons vu. Sauf ce cas, l'un des mouvements circulaires est nécessairement alternatif.

380. — Considérons le cas (fig. 316 et 317), où le centre de

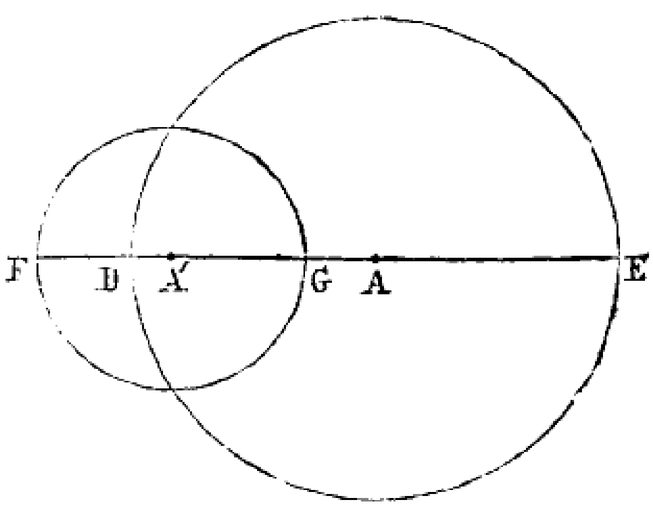


Fig. 316.

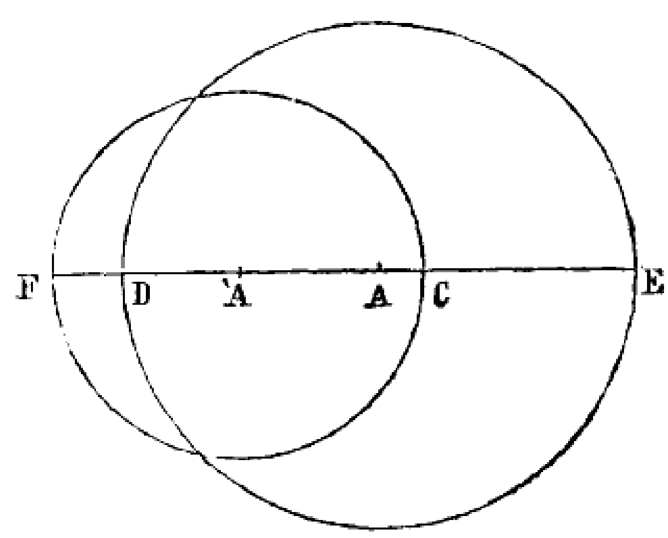


Fig. 317.

A' est intérieur à la circ. A. Il faut, pour que B passe en D et B' en G, la bielle étant dirigée vers DG, A' D étant égal à $r - d$, que l'on ait $l < r + r' - d$; et, pour que B passe en E, que l'on ait $l > r + d - r'$. Ces inégalités, dans lesquelles nous renfermons implicitement les égalités qui leur correspondent, ne sont compatibles que dans le cas de $d < r'$, c'est-à-dire lorsque le centre A est intérieur à circonférence A', condition indispensable.

On peut toujours satisfaire à ces inégalités

$$r + r' - d > l > r + d - r',$$

r étant plus grand que r' et r' plus grand que d, la première limite sera toujours supérieure à la dernière. Dans ces conditions les deux mouvements circulaires sont continus.

381. — Supposons que le centre A' soit intérieur à circ. A, mais que l ne soit pas compris entre $r + d - r'$ et $r + r' - d$. On a déjà vu que le point B ne peut alors remplir les deux conditions de passer par le point D et par le point E; et l'on aperçoit de même que le point B' ne peut remplir les deux conditions de passer par