

ZWEITES KAPITEL.

PHORONOMISCHE LEHRSÄTZE.

§. 4.

Vorbemerkungen.

Die Getriebelehre ist eine abgeleitete Wissenschaft und hat, wie schon früher besprochen, ihre wesentlichen Hilfsquellen in der angewandten Mechanik und Mathematik. In ersterer trifft sie eine besondere Auswahl, indem sie vor allem solche Bewegungen betrachtet, welche durch latente Kräfte vorgeschrieben werden, und demnach durch geometrische Eigenschaften der Träger dieser Kräfte bedingt werden. Es ist deshalb ein ganz bestimmtes Gebiet der Mechanik, nämlich das geometrische, in welchem ihre Probleme zum grossen Theile wurzeln. Dieses Gebiet wird in wissenschaftlichen Werken nicht immer gleich benannt. Am besten nennt man es wohl Phoronomie. Vielfach ist es auch Kinematik genannt worden. Allein dies darf als missverständlich bezeichnet werden. Wenigstens hat Ampère, als er den Namen schuf, ihm nicht einen solchen Sinn beigelegt. Auch ist es ganz unnöthig, den Namen Kinematik so umzudeuten, da Phoronomie vollkommen ausreicht und obendrein viel bezeichnender ist als Kinematik. Die Phoronomie will nämlich lehren, wie die Tragung, Forttragung, Fortbewegung zu messen sei; sie ist die Lehre von der Messung der Fortbewegung der Körper, und zwar der Körper aller Art, und hat sich

insbesondere ausgebildet zur Lehre von der geometrischen Darstellungsweise der Bewegungen. Wir wollen deshalb hier bei der Benennung Phoronomie bleiben. Ihrer Lehrsätze haben wir uns vielfach, vor allem soweit sie die festen Körper betreffen, zu bedienen, und sind daher veranlasst, einen Theil derselben zu besprechen.

Der rein mathematische Theil der in Betracht kommenden phoronomischen Aufgaben ist es, was den Inhalt der von Prof. Aronhold so genannten „kinematischen Geometrie“ ausmacht. Sie ist thatsächlich ein Theil der Phoronomie, und es steht wohl nichts im Wege, sie auch entsprechend zu nennen. Verbindet man ihre Betrachtungen mit denjenigen über die Massenwirkungen der bewegten Punktsysteme, so entsteht die „phoronomische Mechanik“. In ihr ist ohne Zweifel das zu finden, was die neueren französischen Dissidenten unter „reiner Kinematik“ verstehen wollen (vergl. Einleitung S. 19). Hoffentlich wird sich diese Einsicht verallgemeinern, worauf aus der Art von Verwirrung, die heute noch besteht, sich die verschiedenen Richtungen mit Klarheit aussondern werden. Jedenfalls ist zu wünschen, dass man der jetzt bestehenden Mehrdeutigkeit der Benennungen ein Ende macht.

Unseren deutschen Polytechnikern wurden bis ganz vor Kurzem nur die niederen, einfacheren Theile der Phoronomie, nämlich diejenigen, welche sich auf den bewegten Punkt beziehen, systematisch bekannt gemacht und sind in zahlreichen Lehrbüchern so vielfach erörtert, dass sie dem heutigen praktischen Mechaniker, der sich für wissenschaftliche Auffassung interessirt, geläufig sind; die Probleme vom Punktsystem dagegen wurden nur beispielsweise und gelegentlich vorgeführt; sie erscheinen in den dem Techniker gebotenen Lehrbüchern nur selten, und dann eher als interessante Zuthaten, denn als wesentliche Probleme. Nur von diesen letzteren, deren Wichtigkeit für die Kinematik ganz ausserordentlich ist, soll hier die Rede sein. Ich habe deshalb darauf zu rechnen, dass ein grosser Theil der folgenden, in den Gang unserer Untersuchungen eingeschobenen Sätze auch geübten Ingenieuren noch Neues darbieten werde. Eine der wichtigsten Eigenschaften der zu besprechenden Lösungen ist die ihnen als Prinzip zu Grunde liegende Anschaulichkeit, die vor der Phantasie sichtbar werdende Form des Vorganges der Ortsveränderungen; ich bin bestrebt gewesen, dieselbe, wo es möglich schien, noch vollständiger zu machen, als es bisher zu geschehen pflegte.

§. 5.

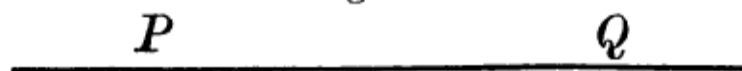
Relative Bewegung in der Ebene.

Bei der Beobachtung der Bewegung eines Punktes sind wir nicht im Stande, dessen absolute Bewegung mit unseren Sinnen zu erfassen; vielmehr beobachten wir nur das Verhältniss der Lagen des Punktes zu Körpern oder Punkten unserer Umgebung. Dieses für jeden Zeitpunkt als bekannt betrachtete Verhältniss nennt man die relative Bewegung des Punktes, oder wenn statt eines blossen Punktes ein Körper betrachtet wird, die relative Bewegung des Körpers gegen die uns umgebenden Raumtheile. Stehen diese im Raume still, so ist jenes Verhältniss der absoluten und relativen Bewegung des Körpers gleich; stehen sie aber nicht still, so sind absolute und relative Bewegung verschieden. Für unsere Untersuchungen hat die absolute Bewegung im Kosmos keine Bedeutung; wir dürfen deshalb den Begriff der absoluten Bewegung hier dahin einschränken, dass wir die relative Bewegung gegen den Beobachtungsraum, wenn man also will, gegen die Erde, aber auch gegen ein Schiff, einen Bahnzug u. dergl. als absolute Bewegung oder wenigstens als „für uns absolute Bewegung“ auffassen.

Vorerst untersuchen wir Bewegungen in der Ebene, d. i. also die Bewegung von Punkten in einer Ebene, auf welche der Beobachtungsraum eingeschränkt ist.

I. Satz. Die relative Bewegung eines Punktes P gegen einen anderen Punkt Q in der Ebene

Fig. 13.

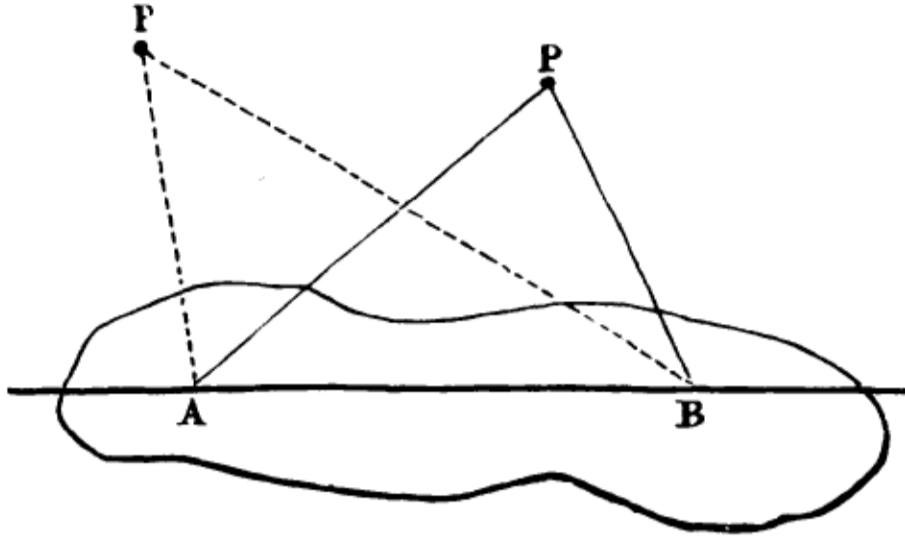


findet auf der geraden Verbindungslinie PQ der Punkte statt, gleichviel wie die Punkte sich einzeln gegen die Beobachtungsebene bewegen. Kennt man den Abstand PQ für jeden Zeitpunkt, so ist die relative Bewegung von P gegen Q und von Q gegen P bekannt. Dieser erste Satz ist nicht auf die ebene Bewegung eingeschränkt; er gilt vielmehr von der allgemein räumlichen Bewegung zweier Punkte.

Beispiel. Die Relativbewegung des Mittelpunktes P eines Planeten gegen den Mittelpunkt Q des Zentralkörpers, den er irgendwie umkreist, ist eine Oscillation auf dem Verbindungsstrahle PQ .

II. Satz. Die relative Bewegung eines Punktes P gegen eine Ebene, in welcher er sich bewegt, ist bekannt, wenn die relativen Bewegungen von P gegen zwei Punkte A und B einer mit der

Fig. 14.

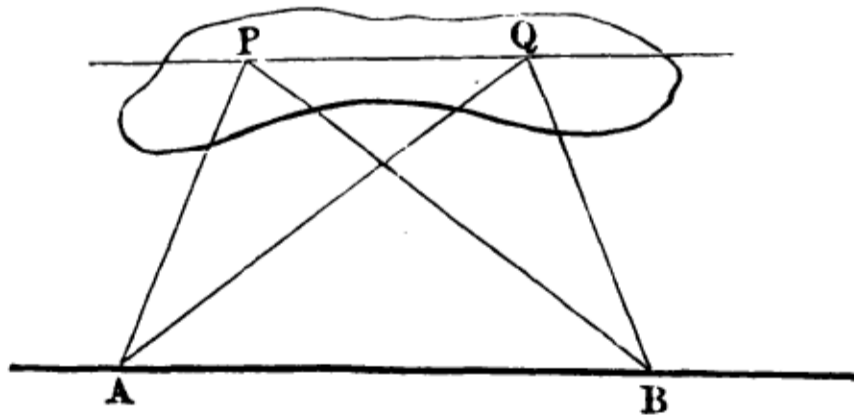


Bewegungsebene unbeweglich zusammenfallenden ebenen Figur gegeben sind. Sie ist ihrer Bahn nach der geometrische Ort der Spitze P des Dreiecks APB , welches z. B. in $AP'B$ übergehen kann.

Beispiel. Die relative Bewegung des Mittelpunktes P eines Planeten gegen die Ebene des Sonnensystems, in welchem der Planet ohne Störungen umläuft, ist ein Kegelschnitt, welcher durch Parallaxenmessung vom Zentralkörper aus bestimmt werden kann.

III. Satz. Die relative Bewegung einer ebenen Figur gegen eine Ebene, in welcher sie sich bewegt, ist bekannt, wenn die relativen Bewegungen zweier ihrer Punkte, P und Q , gegen zwei feste

Fig. 15.



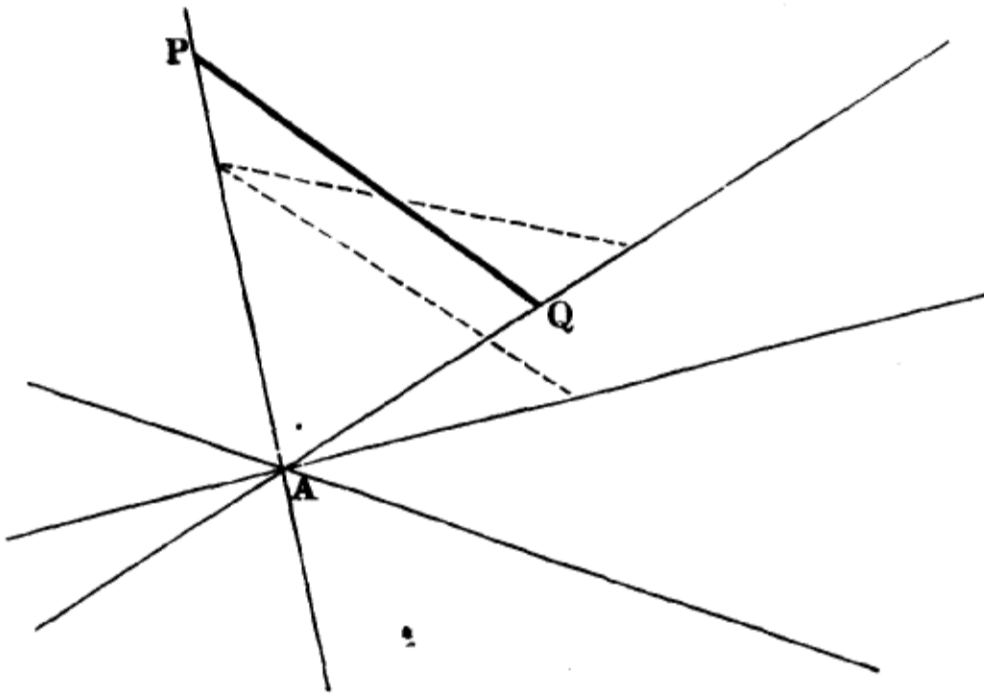
Punkte A und B der Bewegungsebene gegeben sind. Denn in diesem Falle kann man von den Lagen von P und Q aus die Lagen aller übrigen Punkte der beweglichen Figur als Spitzen von Dreiecken bestimmen, von denen alle drei Seiten der Größe nach bestimmt sind und die Basis auch noch der Lage nach gegeben ist. Wir können demnach bei unseren Betrachtungen jede ebene

Figur durch eine in ihr gelegene feste Strecke ausdrücken. Auch ist deshalb die Bewegung der Strecke PQ gegen die Strecke AB diejenige der Figur PQ gegen die Figur AB .

Beispiel. Um von einem Planeten, der sich mit gerader Ekliptik in einem Sonnensysteme bewegt, die relative Bewegung seines Aequator-schnittes gegen die Ebene des Sonnensystemes bestimmen zu können, muss man die relativen Bewegungen von wenigstens zwei Punkten des genannten Schnittes gegen die Bewegungsebene kennen. Abgesehen von der grösseren Komplikation des Falles liefern an Gestirnen die sichtbaren Unebenheiten der Oberfläche, an der Sonne die Flecken, die unentbehrlichen Marken für solche Beobachtungspunkte.

IV. Satz. Die relative Bewegung einer ebenen Figur PQ gegen einen Punkt A in ihrer Bewegungsebene ist ein durch A

Fig. 16.



gehendes ebenes Strahlenbündel von unbestimmten Winkeln. Denn die Figur kann bei denselben Winkeln der Strahlen die verschiedensten Lagen annehmen, also eine mannigfaltige Bewegung in der Ebene vollziehen, ohne dass die beobachteten Winkel darüber Aufschluss geben.

Beispiel. Hiernach kann eine kinematische Kette, welche bei ebener Bewegung nur an einem Punkte der Bewegungsebene festgehalten ist, keine bestimmte Bewegung herbeiführen, mag auch die Relativbewegung jenes Punktes gegen die Kette völlig bestimmt, d. h. diese eine geschlossene Kette sein. Die scheinbar widersprechende Annahme, dass gewisse neuere Geradföhrungs-Mechanismen nur eines festen Punktes bedürften, beruht auf einer irrigen Anschauung. Hält man bei einem solchen Mechanismus wirklich nur einen Punkt (oder strenger eine Achse) fest, so hören die übrigen Theile auf, gezwungene Bewegungen zu vollziehen.

